



# Contribution à l'expérience $G^0$ de violation de la parité : calcul et simulation des corrections radiatives et étude du bruit de fond

Hayg Guler

## ► To cite this version:

Hayg Guler. Contribution à l'expérience  $G^0$  de violation de la parité : calcul et simulation des corrections radiatives et étude du bruit de fond. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Paris Sud - Paris XI, 2003. Français. NNT : . tel-00006833

**HAL Id: tel-00006833**

**<https://theses.hal.science/tel-00006833>**

Submitted on 8 Sep 2004

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

U.F.R. PHYSIQUE  
INSTITUT DE PHYSIQUE NUCLÉAIRE D'ORSAY

**THÈSE DE DOCTORAT**

présentée par

**Hayg Guler**

pour obtenir le grade de docteur en sciences  
de l'université Paris XI Orsay

Sujet :

**Contribution à l'expérience  $G^0$  de violation de la parité : calcul et  
simulation des corrections radiatives et étude du bruit de fond**

Soutenue publiquement le 17 décembre 2003    Devant la commission d'examen

M.	<b>J. Arvieux</b>	Directeur de Thèse
M.	<b>F. Maas</b>	
M.	<b>S. Ong</b>	Président
M.	<b>J-S. Réal</b>	
M.	<b>P. Roos</b>	Rapporteur
M.	<b>H. Sazdjian</b>	Rapporteur

*"La Nature n'utilise que les plus longs fils pour tisser ses motifs, de sorte que la plus petite pièce révèle la structure de la tapisserie tout entière."*

**R. P. Feynman**

*"Ce qu'un homme peut expérimenter de plus beau et de plus profond, c'est le sens du mystère. C'est le principe qui sous-tend la religion et toute entreprise artistique et scientifique sérieuse. Celui qui n'a pas expérimenté cela, s'il n'est pas mort est au moins aveugle. Saisir que derrière chaque expérience de la vie il y a quelque chose qui échappe à notre entendement, dont la beauté et le sublime ne nous atteignent qu'indirectement, c'est de s'émerveiller devant ces secrets et de tenter humblement de saisir par l'esprit ne serait-ce que l'image de la structure grandiose de tout ce qui est."*

**Albert Einstein**

*«La poursuite incessante de la Vérité est le chemin qui mène à Dieu.»*

*«L'erreur ne devient pas vérité parce qu'elle se multiplie ou qu'elle se propage.»*

**Mahatma Gandhi**

# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Jacques Arvieux de m'avoir accueilli au sein du groupe PHASE pour travailler sur l'expérience  $G^0$ . Grand merci de m'avoir soutenu, conseillé, guidé tout au long de ces trois années. Ta disponibilité, ta patience, ton ouverture, et ton expérience m'ont grandement aidé dans mon travail. Je n'oublie pas non plus les heures de fatigue à courir autour du bassin de retenue ...!!!

Je tiens à remercier Sydney Galès le directeur de l'IPN lors de mon arrivée et Nimet Frascaria, alors directrice de la division de la recherche, ainsi que leur successeurs respectifs Dominique Guillemaud-Mueller et Bernard Berthier.

Je n'oublie pas nos secrétaires dévouées : Monique Launay pour le groupe PHASE et Céline Hovaguimian pour la DR, Ainsi que le SII pour nous avoir si souvent aidé !

Je remercie très chaleureusement Philip Roos et Hagop Sazdjian d'avoir accepté le rôle de rapporteurs. Merci de votre patience dans la lecture de ce document ainsi que pour toutes les discussions qu'on a pu avoir.

Merci à toi Saro Ong d'avoir accepté de présider ma thèse. Je ne pouvais pas rêver de meilleur président ! Merci tout au long de ces trois années d'avoir si bien communiqué ta bonne humeur ainsi que ta passion de la théorie.

Merci à Jean-Sébastien Réal et Frank Maas d'avoir accepté de faire parti du jury. Encore désolé Jean-Seb. de t'avoir rendu malade à JLab : je t'assure que la nourriture n'était pas périmée !

Je tiens tout particulièrement à remercier Jacques Van de Wiele sans qui tout ce travail n'aurait pas été possible. Par ton ouverture d'esprit, ta rigueur, ton intuition remarquable, tu fais partie de l'élite des physiciens qu'il m'est été donné de rencontrer. Grand merci à toi de m'avoir accompagné tout au long de ces trois ans !

La suite de mes remerciements vont au "bureau d'à côté" : merci Marcel Morlet pour tous ces moments de discussion, toute ton aide, et surtout ta joie de vivre !

Il n'est pas concevable de poursuivre ces remerciements sans parler de Louis Bimbot le "Monsieur électronique" du groupe phase ! On en a passé du temps en salle DEVI à étudier ces cartes !!! Merci, merci pour ta gentillesse, ta disponibilité, ta patience et pour tout ce que tu m'a appris !

Bien entendu je n'oublie pas le célèbre "club d'échecs" de l'IPN avec d'abord le CHAMPION en titre et non moins collègue de bureau : merci à toi Ronald Kunne pour tous ces moments de discussion. J'ai particulièrement apprécié ton ouverture d'esprit, et sur tous les sujets !

Bon c'est vrai j'oublie l'autre vainqueur du tournoi ... désolé Michel Guidal, notre chef de groupe ! Merci à toi pour ta disponibilité, ta bonne humeur !

Quant au dernier, ex-aequo avec moi, Jacques Guillot (encore un Jacques ... !), je lui témoigne toute



mon amitié ! On ne peut être qu'heureux de rencontrer une personne comme toi !

Je remercie très sincèrement tous les membres du groupe PHASE : Robert Frascaria, Jean-Pierre Die-delez, Eid Hourany. . . Sans oublier les jeunes : Marouan El-Yakoubi, Sylvain Bouchigny, Hyon-Suk Jo, Silvia Niccolai. Un coucou spécial à Jason Lenoble pour les discussions interminables du midi et Blaise Collin : oui Blaise, les super-cordes c'est une super idée, même au pôle sud . . . !

Bien sûr je n'oublie pas les collègues du SEP : Jean-Claude Cuzon, Xavier Grave, Robert Sellem, Maurice Engrand.

Un grand merci aux Grenoblois : Serges Kox, Christophe Furget, Guillaume Batigne, Gilles Quéméner . . .

Je remercie tous nos collègues américains : Klaus Grimm, Paul King, Julie Roche . . .

Un spécial merci à Jacques<sup>1</sup> Bros : merci pour toutes les longues heures de discussion autour de "de-sitter" et de "Bethe-Salpeter" ! Un jour on l'aura le "million de dollars" !

Bien sûr je n'oublie pas les potes !!! J'ai jamais eu l'occasion de vous dire à quel point votre présence comptait pour moi (on dirait que je vais pleurer . . . ). Momo (Zizou . . . rien que le nom m'amuse ), Tex (quel poète !), Arman (arrête de bloquer ma messagerie ! !), Gilles (et mon cd ?), Stéphane (Mr. Dark), Séb. (Schwarzi ! ?), Cél1 (non je ne suis pas coupable !), Luc (Ouhaiiii, Ouhaiiii, Ouhaiiii . . . ), Manu (arrêtes le célibat !), Mounir ("Float like a butterfly, Sting like a bee !"), Romu et Laitue (n'embêtez pas Marvin !), Laetitia (arrête d'embêter la nouvelle !), fred et Bassima (dis à Fred de pas trop jouer au GO !), Nico (j'organise ton anniversaire cette année . . . !), Antonio (le Lamch), Wong ("le bois ne rend pas les coups !"), Seto (ahh tu en trouvera bien une !) . . .

Un grand merci à mes parents pour avoir toujours accepté et soutenu mes choix. Sans votre aide, je n'en serais pas la !

Un mot pour Anita : je suis fier que tu sois devenue aussi sérieuse ! Il ne manque que ton problème de téléphone mais bon cela va s'arranger !

Bon, comme tu me l'as si bien appris, je garde le meilleur pour la fin, euh la meilleure !!! Pour ta présence, ta patience, ton acharnement, et ton Amour, je te dois tous les Merci(s) du monde ! Merci Ma Nathalie !!! Même si nos chemins vont s'éloigner (de plus de 1000 kms . . . ), je serai pour toujours à tes côtés ! Le moins que je puisse faire est de te dédier cette thèse.

---

<sup>1</sup>encore un Jacques : à croire qu'il faut s'appeler Jacques pour faire de la physique !

# Table des matières

0.1	Les symétries du proton . . . . .	9
0.2	Un proton bien étrange . . . . .	10
<b>1</b>	<b>Violation de la parité</b>	<b>13</b>
1.1	Le Modèle Standard . . . . .	13
1.1.1	Les symétries du Modèle Standard . . . . .	13
1.1.2	L'interaction électromagnétique . . . . .	14
1.1.3	L'interaction faible . . . . .	15
1.1.4	L'unification électro-faible . . . . .	16
1.2	Structure interne du proton en diffusion élastique électron-proton . . . . .	19
1.2.1	Les facteurs de forme électromagnétiques . . . . .	19
1.2.2	Programme expérimental . . . . .	36
<b>2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>39</b>
2.1	Le Jefferson Laboratory . . . . .	39
2.2	Le faisceau d'électrons . . . . .	39
2.2.1	La source d'électrons polarisés . . . . .	40
2.2.2	Renversement de la polarisation . . . . .	41
2.2.3	Période d'acquisition et de renversement de l'hélicité . . . . .	42
2.2.4	Accélération des électrons . . . . .	43
2.2.5	Filtre de Wien . . . . .	43
2.3	Moniteurs de faisceau . . . . .	44
2.3.1	Les BPM (Beam Position Monitor) . . . . .	44
2.3.2	Les BCM (Beam Current Monitor) . . . . .	45
2.4	La mesure aux angles avant . . . . .	46

2.4.1	Le spectromètre $G^0$ . . . . .	47
2.4.2	La cible d'hydrogène liquide . . . . .	51
2.4.3	La structure en temps du faisceau de $G^0$ . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Électronique associée à l'expérience <math>G^0</math></b>	<b>55</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.1.1	Quelques définitions . . . . .	57
3.2	Architecture des cartes DMCH-16X . . . . .	59
3.2.1	Les discriminateurs à fraction constante . . . . .	59
3.2.2	Les moyenneurs de temps . . . . .	60
3.2.3	Le codeur de temps . . . . .	61
3.2.4	Les DSP . . . . .	63
3.2.5	Les échelles . . . . .	63
3.3	Format des données . . . . .	64
3.4	Tests de la carte DMCH-16X . . . . .	66
3.4.1	Évaluation du temps mort intrinsèque des discriminateurs et des moyenneurs de temps . . . . .	66
3.4.2	Détermination de la position des césures . . . . .	66
3.4.3	Bruit intrinsèque : cross-talk et cross-influence . . . . .	67
3.4.4	Programmes permettant de régler et de tester la DMCH-16X . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Corrections radiatives associées à la diffusion élastique électron-proton</b>	<b>73</b>
4.1	Motivations . . . . .	73
4.2	Cadre général associé aux corrections radiatives . . . . .	73
4.3	Pertes par ionisation et corrections radiatives externes . . . . .	74
4.4	Cadre théorique associé aux corrections radiatives internes . . . . .	80
4.4.1	Diffusion élastique . . . . .	80
4.4.2	Section efficace de Born pour un proton détecté . . . . .	82
4.4.3	Les corrections radiatives internes . . . . .	83
4.4.4	Étude des divergences . . . . .	86
4.4.5	Calcul des corrections radiatives internes . . . . .	86
4.5	Calcul de la section efficace différentielle $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p dE_p}$ [13, 48] . . . . .	86

4.5.1	Modèle d'étrangeté dans le calcul de l'asymétrie . . . . .	88
4.5.2	Description des graphes intervenant dans le calcul des corrections radiatives internes réelles . . . . .	88
4.5.3	Expressions des différentes amplitudes $\mathcal{M}_i$ . . . . .	89
4.5.4	Étude des propagateurs $P_{\chi_1}$ et $P_{\chi_2}$ . . . . .	91
4.6	Validation du programme de calcul de l'amplitude de diffusion pour les corrections radiatives internes réelles [13, 48] . . . . .	92
4.7	Comment contourner les problèmes de divergence : notion de zone asymptotique [13]	93
4.7.1	Détermination de la coupure $E_{p'}^{cut}$ . . . . .	94
4.7.2	Prolongement de $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$ . . . . .	96
4.8	Générateur d'évènements . . . . .	96
4.8.1	Discrétisation des variables . . . . .	97
4.8.2	Problèmes d'interpolation . . . . .	97
4.8.3	Notion de zone en $\frac{t_{p'}}{t_{p'}^{elas}}$ . . . . .	98
4.8.4	Interpolation par des splines . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Simulation complète : GEANT</b>	<b>103</b>
5.1	Etude de la diffusion élastique . . . . .	104
5.1.1	description des variables . . . . .	104
5.2	Normalisation dans GEANT : vérification . . . . .	106
5.2.1	Comparaison de la diffusion élastique aux corrections radiatives . . . . .	106
5.2.2	Comparaison des taux de comptage GEANT aux données expérimentales . .	107
5.2.3	Comparaison entre la loi réelle et le tirage avec poids . . . . .	108
5.3	Résultats : comparaisons des corrections radiatives internes avec l'élastique . . . . .	112
5.3.1	Effet des corrections radiatives internes sur le temps de vol . . . . .	113
5.3.2	Que devient le $Q^2$ ? . . . . .	119
5.3.3	Étude de l'asymétrie . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Etude du bruit de fond</b>	<b>129</b>
6.1	Le rayonnement de bremsstrahlung . . . . .	129
6.1.1	Notion de longueur de radiation . . . . .	129
6.1.2	Nombre de photons de bremsstrahlung . . . . .	130

6.1.3	Quelques résultats numériques . . . . .	132
6.2	Nécessité d'avoir un générateur d'électroproduction . . . . .	133
6.2.1	Calcul de la section efficace différentielle d'électroproduction [13, 48] . . . . .	133
6.2.2	Étude de la validité des approximations [13, 48] . . . . .	135
6.2.3	Comparaisons du générateur d'Orsay au générateur EPC . . . . .	137
6.2.4	Le générateur de Graal . . . . .	137
6.3	La photoproduction . . . . .	138
6.4	Comparaison de l'électroproduction à la photoproduction . . . . .	138
6.4.1	Cas des protons inélastiques . . . . .	138
6.4.2	Cas des pions . . . . .	142
6.5	Les autres canaux donnant des protons et des pions . . . . .	144
6.6	Comparaison aux données de SOS . . . . .	145
6.6.1	But de l'expérience SOS . . . . .	145
6.7	Comparaison des simulations et des spectres expérimentaux pour $G^0$ . . . . .	146
6.8	Conclusions et perspectives . . . . .	151
<b>A</b>	<b>Straggling angulaire</b>	<b>159</b>
A.1	Relations de passage de $(\theta_x, \theta_y)$ à $(\theta, \phi)$ . . . . .	160
A.2	Matrice de passage de la nouvelle base à l'ancienne . . . . .	162
<b>B</b>	<b>Normalisation des taux de comptage dans GEANT [44]</b>	<b>165</b>
B.1	Cas général d'une réaction à 3 corps $e^- + P \mapsto e^- + P + X$ . . . . .	165
B.2	Cas de la diffusion élastique pure $e^- + P \mapsto e^- + P$ . . . . .	169
B.3	Cas de la photoproduction par les photons de bremsstrahlung . . . . .	169

# Introduction

## 0.1 Les symétries du proton

La matière qui nous entoure est formée d'atomes composés d'un noyau entouré d'un nuage d'électrons. Le noyau est constitué de protons et de neutrons qui étaient considérés dans les années 30 comme les constituants fondamentaux de la matière. Dans les années 1960, l'idée d'une structure composite du proton a été émise [7, 23, 24, 47, 66], puis confirmée par les données d'expériences au SLAC [8]. Deux observations allaient dans le sens d'une structure en quarks du proton :

- Les propriétés spectroscopiques des hadrons peuvent être expliquées si on postule [24] qu'ils sont constitués de trois quarks de valence.
- Les sections efficaces mesurées a SLAC dans les années 70 en diffusion profondément inélastique ont montré qu'il y avait des objets ponctuels de spin  $\frac{1}{2}$  à l'intérieur du proton.

Les quarks et les gluons sont considérés à l'heure actuelle comme les constituants élémentaires de la matière hadronique. Ceux-ci sont décrits par une théorie de jauge non abélienne : la chromodynamique quantique (QCD), qui prédit que les quarks interagissent par l'échange de gluons et que ceux-ci interagissent également entre eux. Ces particules portent une charge de *couleur*, qui peut prendre trois formes différentes pour les quarks (RVB : Rouge, Vert, et Bleu ) et huit pour les gluons. Dans le modèle des quarks constituants, les baryons sont composés de 3 quarks  $q_1, q_2, q_3$  et les mésons de paires de quark-antiquark  $q\bar{q}$ . Les états asymptotiques de la théorie sont les baryons et les mésons composés des champs élémentaires de la QCD, à savoir les quarks et les gluons. Cette propriété de *confinement* distingue la QCD des autres interactions dont les états asymptotiques sont les champs élémentaires des interactions (par exemple les électrons pour la QED).

Les masses des quarks nus contenus dans le proton (u et d),  $m_u=1-5$  MeV et  $m_d=3-9$  MeV, ne peuvent pas expliquer la masse du proton qui est de 938 MeV. Il faut pour cela considérer l'énergie de liaison qui se manifeste sous forme de gluons (médiateurs de l'interaction forte) et de paires de quark-antiquark qui constituent la "mer" de quarks et de gluons. Le proton possède donc une structure interne plus riche que celle imaginée par Gell-Mann dans les années 60. Dans le but de sonder ces objets composites, on utilise des objets ponctuels insensibles à l'interaction forte : les leptons. Les leptons interagissent avec les quarks constituants par l'échange d'un photon virtuel ou d'un boson massif (W ou  $Z^0$ ) dans le cadre des interactions électromagnétique et faible.

La résolution avec laquelle le proton est sondé dépend du carré du moment transféré par le lepton (le  $Q^2$ ), via le boson échangé (par exemple le photon). Le  $Q^2$  est égal au carré de la différence des quadri-impulsions des électrons entrant et sortant. Plus le  $Q^2$  est élevé, mieux la structure interne en termes de quarks est résolue, car le lepton interagit directement avec un des quarks constituants alors

qu'à petit  $Q^2$  le proton est vu dans son ensemble. Selon l'échelle en  $Q^2$  l'étude du proton au travers

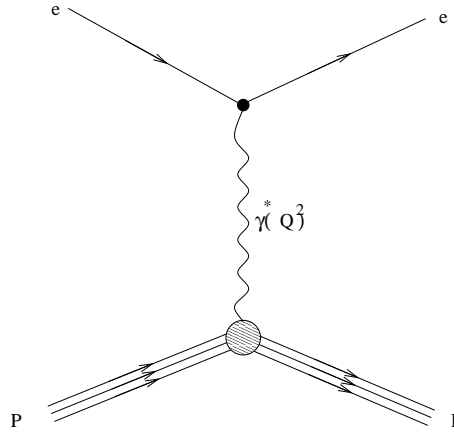


FIG. 1 – Le couplage électromagnétique entre un proton et un électron via un photon échangé partant le moment  $q$ .

de la QCD ne suit pas les mêmes règles :

- A grand moment transféré (grand  $Q^2$ ), la constante de couplage est petite du fait de la liberté asymptotique, permettant un traitement perturbatif.
- A petit  $Q^2$ , la constante de couplage est grande. On est dans le domaine du confinement. Les méthodes de perturbation “classiques”, en série de la constante  $\alpha_s$ , sont remplacées par des méthodes non perturbatives : calculs sur réseaux, méthodes chirales ...

## 0.2 Un proton bien étrange

L'étude de la contribution des quarks étranges aux propriétés internes du nucléon est une voie très intéressante pour améliorer notre compréhension de la structure interne du nucléon. En effet, les quarks étranges sont les plus légers des quarks qui ne soient pas de valence, donnant une information directe sur la contribution des quarks de “la mer” aux propriétés du nucléon. La probabilité de création d'une paire de quark-antiquark est d'autant plus élevée que la masse du quark est faible. Donc parmi les 6 saveurs de quarks, seuls les 3 plus légers ont des chances d'apparaître ( $m_u, m_d \ll M_p$  et  $m_s = 75 - 170 MeV$ ), tandis que les 3 saveurs lourdes ont des masses comparables voire plus grandes que celle du proton ( $m_c \approx 1.15 - 1.35 GeV$ ,  $m_b \approx 4 - 4.4 GeV$  et  $m_t \approx 174.3 \pm 5.1 GeV$ ). Plusieurs expériences cherchent à mesurer les contributions des quarks à la structure et à la dynamique interne du proton, principalement selon trois axes :

- la contribution au spin du proton (élément de matrice axial du nucléon),
- la contribution des quarks à la masse du proton (élément de matrice scalaire du nucléon),
- la contribution à la charge et la magnétisation du proton (élément de matrice vectoriel du nucléon).

La contribution des quarks étranges peut être tout à fait négligeable dans un des canaux cités ci-dessus sans pour autant l'être dans tous. A la fin des années 80, plusieurs expériences en diffusion profondément inélastique ont eu lieu dans le but de comprendre la structure en spin du proton. L'ex-

périence EMC [4, 5] du CERN qui utilisait un faisceau de muons a montré que les quarks de valence ne portent qu'une partie infime du spin du proton, mais aussi que les quarks étranges avaient une contribution non nulle violant ainsi la règle de somme d'Ellis-Jaffe [31] selon laquelle le terme  $\Delta s = \int (\Delta s(x) + \Delta \bar{s}(x)) dx$ , donnant la contribution totale du spin des quarks étranges au spin du proton, est nul. Pour cela, on définit des nouvelles observables :  $g_1^p$  et  $g_1^n$  les fonctions de structure polarisées du proton et du neutron, qui se décomposent sur les différentes saveurs des quarks légers (u, d et s) donnant accès à l'élément de matrice  $\langle p | \bar{s} \gamma_5 s | p \rangle$  du courant axial des quarks étranges. Les résultats d'EMC prédisent que les quarks étranges portent  $(-0.06 \pm 0.05\%)$  du spin total du proton [35].

Un autre axe de recherche considère la contribution des quarks étranges à la masse du nucléon au travers d'une quantité appelée "terme sigma" notée  $\Sigma_n$ . Plusieurs analyses des données de diffusion pion-nucléon permettent d'affirmer que la contribution des quarks étranges à la masse du nucléon est de l'ordre de 10% [21, 34].

Compte tenu des valeurs non nulles des éléments de matrices scalaire et axial pour les quarks de saveur étrange à l'intérieur du nucléon, D. B. Kaplan et A. Manohar ont considéré l'élément de matrice vectoriel  $\langle p | \bar{s} \gamma s | p \rangle$  [34]. Ces éléments de matrice apparaissent dans le courant électromagnétique du proton avec des facteurs multiplicatifs dépendant du  $Q^2$ , appelés facteurs de forme électromagnétique du nucléon. Ces facteurs de forme sont des grandeurs qui rendent compte de sa structure interne. A la limite statique, c'est-à-dire lorsque le  $Q^2$  tend vers 0, les facteurs de forme sont reliés à des grandeurs mesurables : le rayon carré électrique moyen  $\langle r^2 \rangle$  et le moment magnétique  $\mu_p$  par les relations :

$$\langle r^2 \rangle = -6 \left( \frac{\partial G_E^{\gamma,p}}{\partial Q^2} \right)_{Q^2=0} \quad (1a)$$

$$\mu_p = G_M^{\gamma,p}(Q^2=0) \quad (1b)$$

où  $G_E^{\gamma,p}$  et  $G_M^{\gamma,p}$  sont respectivement les facteurs de forme électrique et magnétique du proton.

Afin d'extraire la partie quark étrange dans les facteurs de forme, il est nécessaire d'exprimer ceux-ci en fonction des quarks légers u, d et s qui apparaissent dans la fonction d'onde du proton à petit  $Q^2$ . L'utilisation de la sonde électromagnétique via la diffusion élastique électron-proton est insuffisante pour séparer complètement les contributions des différents quarks aux facteurs de forme, notamment celles des quarks étranges. En diffusion élastique, seuls les courants neutres interviennent et il est nécessaire de tenir compte de l'échange d'un boson massif  $Z^0$ . Or, l'interaction faible est très petite comparée à l'interaction électromagnétique. Deux solutions s'offrent aux expérimentateurs pour extraire l'information de cette sonde faible :

- Utiliser un faisceau de neutrinos pour faire de la diffusion  $\nu P$ . Cette solution nécessite un faisceau de neutrinos très intense compte tenu des très faibles sections efficaces attendues.
- Utiliser la propriété de l'interaction faible de violer la symétrie discrète de parité, en se servant des électrons polarisés.

Compte tenu des difficultés à obtenir des faisceaux intenses de neutrinos, la seconde solution est très intéressante. Elle donne accès à la structure du nucléon via le calcul d'une asymétrie de violation de la parité qu'on introduit dans le chapitre suivant. La petitesse des asymétries attendues (de l'ordre de  $10^{-6}$ ) nécessite un faisceau d'électrons polarisés dont les paramètres sont parfaitement connus et maîtrisés, interagissant avec les protons d'une cible d'hydrogène liquide. Trois expériences de diffusion élastique d'électrons polarisés ont déjà été réalisées : SAMPLE [62], HAPPEX [10] et PVA4



[61] à des valeurs discrètes de  $Q^2$ . SAMPLE ( $Q^2 = 0.1 \text{ (GeV/c)}^2$ ) n'est sensible qu'aux facteurs de forme magnétique et axial alors qu'HAPPEX ( $Q^2 = 0.45$ ) et PVA4 ( $Q^2 = 0.0225$ ) mesurent des combinaisons de facteurs de forme. L'expérience la plus complète est  $G^0$  qui sépare les facteurs de forme électrique et magnétique pour  $0.12 < Q^2 < 1 \text{ (GeV/c)}^2$ .  $G^0$  est une collaboration entre une vingtaine de laboratoires Nord Américains (USA-Canada) et deux laboratoires français (IPN-Orsay et LPSC-Grenoble), chacune des parties ayant construit la moitié des détecteurs. Les Nord Américains ont totalement pris en charge la construction de l'aimant supraconducteur ainsi que la cible de  $G^0$ . L'IPN a contribué de façon importante à la construction des détecteurs français et il a construit en totalité l'électronique de mesure. Le premier chapitre explique le cadre théorique de la violation de la parité. Au second chapitre, le dispositif expérimental est décrit en insistant sur l'électronique qui est une contribution originale d'Orsay. Le troisième chapitre est consacré aux corrections radiatives qui constituent la partie originale de mon travail. Au quatrième chapitre, les résultats du calcul des corrections radiatives sont utilisés pour évaluer leur effet sur les spectres en temps de vol au moyen du logiciel GEANT. Le bruit de fond associé à la diffusion élastique est étudié dans le cinquième chapitre, et nous concluons dans le sixième chapitre.

# Chapitre 1

## Violation de la parité

### 1.1 Le Modèle Standard

L'étude de la structure interne du nucléon se fait au travers de deux théories regroupées sous le nom de "Modèle Standard". Celui-ci décrit les constituants de la matière comme des objets ponctuels de spin demi-entier (fermions) interagissant entre eux par l'intermédiaire de messagers de spin entier (bosons). Le Modèle Standard englobe trois interactions :

- l'interaction électro-faible réunissant les interactions électromagnétique et faible,
- l'interaction nucléaire forte (QCD) .

Actuellement, il existe deux types de fermions élémentaires : les leptons et les quarks. Les quarks se distinguent des leptons par leur sensibilité à l'interaction forte. Les fermions sont regroupés en trois familles qui se distinguent par des échelles de masses et des nombres quantiques différents. La famille la plus légère constitue la matière "ordinaire" stable et les deux autres sont mises en évidence dans des phénomènes physiques à haute énergie. A chaque fermion on peut associer un antifermion défini par des nombres quantiques opposés.

Il existe trois interactions fondamentales (on néglige la gravitation dans le domaine nucléaire), donc trois types de bosons vecteur. L'interaction forte décrite par la QCD est portée par 8 gluons, le photon est le médiateur de l'interaction électromagnétique et l'interaction faible est portée par 3 bosons massifs  $W^+$ ,  $W^-$  et le  $Z^0$ . Le Modèle Standard prévoit l'existence d'un dernier boson, appelé le boson de Higgs, dont la présence permet d'expliquer la masse des bosons massifs  $W^+$ ,  $W^-$  et  $Z^0$ , au travers d'un mécanisme de brisure de symétrie.

#### 1.1.1 Les symétries du Modèle Standard

Dans les théories modernes, le rôle des symétries est fondamental car toute symétrie induit la conservation de grandeurs physiques. En physique des particules, le cadre de la description des systèmes est celui de la théorie quantique des champs. Celle-ci est généralement construite à partir d'un formalisme lagrangien. Dans ce formalisme, le lagrangien doit être invariant sous les transformations associées

aux symétries. Les symétries peuvent être classées en deux catégories : les symétries externes qui s'appliquent aux variables d'espace temps (c'est le cas du groupe de Poincaré) et les symétries internes qui s'appliquent aux variables propres de la particule (charge électrique, couleur ...). L'invariance d'un lagrangien par rapport à un groupe de symétrie interne est réalisée en général par l'intermédiaire de la transformation du champ suivante :

$$\psi(x) \longmapsto e^{ie\alpha}\psi(x) \quad (1.1)$$

Si le paramètre  $\alpha$  est constant en tout point de l'espace  $x$ , la transformation est dite transformation de jauge *globale*. Au contraire, si  $\alpha$  varie avec la position, on parle de théorie de jauge *locale*. La transformation 1.1 est en général matricielle si le groupe de symétrie considéré est non-abélien. Les interactions du Modèle Standard sont décrites par des théories de jauge locales s'appuyant sur les groupes  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  pour l'interaction électro-faible (combinaison de l'interaction électromagnétique et faible) et  $SU(3)_c$  pour l'interaction forte.

### 1.1.2 L'interaction électromagnétique

Dans l'électrodynamique quantique (QED), l'interaction électromagnétique est expliquée comme l'échange de photons entre fermions élémentaires possédant une charge électrique. Le photon est donc le vecteur de l'interaction électromagnétique. Le photon n'ayant pas lui-même de charge électrique, les particules qui échangent des photons conservent leur charge électrique après l'échange. La masse du photon étant nulle, la portée de l'interaction électromagnétique est infinie. Le champ électromagnétique est une conséquence de l'invariance de jauge fondée sur le groupe  $U(1)_{em}$  des matrices unitaires à une dimension. L'intensité de l'interaction électromagnétique est caractérisée par la constante de structure fine  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$  et dont la valeur dépend (faiblement) du moment transféré. Le couplage d'un photon avec un fermion est caractérisé par un courant électromagnétique représenté par le diagramme de la figure 1.1.

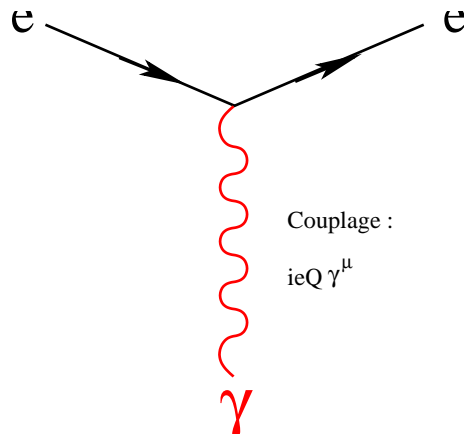


FIG. 1.1 – Couplage électromagnétique avec  $Q$  la charge de la particule en unités de  $e$

### 1.1.3 L'interaction faible

#### Spineurs droit et gauche

Feynman et Gell-Mann ont modifié la théorie de Fermi pour y ajouter un ingrédient qui brise explicitement la parité. Pour cela, ils ont utilisé la décomposition d'un spineur de Dirac en partie droite et gauche à l'aide de la matrice  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  :

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}\psi \quad (1.2a)$$

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}\psi \quad (1.2b)$$

La matrice  $\gamma^5$  permet de définir des grandeurs pseudo-scalaires et pseudo-vectorielles :  $\bar{\psi}\gamma^5\psi$  et  $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$  qui violent la symétrie de parité. La théorie de Feynman et Gell-Mann utilise un lagrangien, appelé V-A, qui provient de la soustraction d'un vecteur axial (pseudo-vecteur) (A) d'un vecteur polaire (V), qui brise explicitement la symétrie discrète de parité et est conforme à tous les phénomènes de l'époque impliquant l'interaction faible. Or la théorie V-A originelle ne peut être considérée comme une théorie fondamentale des interactions faibles puisqu'elle n'est pas renormalisable. La non conservation de la parité est une conséquence du fait que seuls les neutrinos gauches existent.

L'interaction faible agit entre les quarks et les leptons que l'on peut considérer comme porteurs d'une charge faible. Étant donné la faiblesse de cette interaction, ses effets ne sont mesurables que dans les processus pour lesquels les interactions électromagnétique et fortes ne sont pas permises par les lois de conservation. La désintégration du neutron est l'exemple type de l'interaction faible :

$$n \mapsto p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (1.3)$$

Le diagramme de Feynman élémentaire pour l'interaction faible est représenté dans la Figure 1.2.

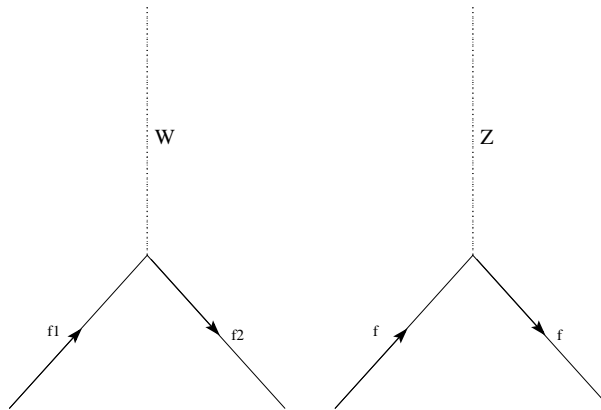


FIG. 1.2 – Diagramme de Feynman décrivant le couplage d'un fermion aux bosons intermédiaires, vecteurs de l'interaction faible.

Puisque le boson  $W$  est électriquement chargé, les fermions  $f_1$  et  $f_2$  sont obligatoirement deux particules différentes alors qu'elles peuvent être identiques (diffusion élastique) dans le cas de l'échange d'un  $Z^0$ . Les vecteurs de l'interaction faible sont les bosons massifs  $W^\pm$  et  $Z^0$  de masses,  $M_W \approx 80.42 \text{ GeV}/c^2$  et  $M_Z \approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$ . L'échange d'un boson  $W^\pm$  a pour effet de changer la charge du lepton impliqué dans l'interaction ; ce processus est appelé réaction à courant chargé. Les processus donnant lieu à l'échange d'un boson  $Z^0$  sont appelées réactions à courant neutre. L'intensité de l'interaction faible peut être estimée à partir de la mesure de la vie moyenne d'une particule dans une désintégration purement faible et la comparaison avec la vie moyenne mesurée dans une désintégration purement électromagnétique. La décroissance purement hadronique de l'hypéron sigma :

$$\Sigma^- \longrightarrow n + \pi^- \quad (1.4)$$

ne conserve pas l'étrangeté et est donc interdite pour l'interaction forte. La valeur de la vie moyenne est égale à  $10^{-10}$  secondes. La décroissance électromagnétique du partenaire neutre de l'hypéron sigma :

$$\Sigma^0 \longrightarrow \Lambda^0 + \gamma \quad (1.5)$$

est elle aussi interdite pour l'interaction forte par la conservation de l'isospin (l'hypéron sigma est un triplet d'isospin et l'hypéron lambda un singlet d'isospin). La valeur de la vie moyenne est égale à  $10^{-19}$  secondes. La racine carrée du rapport des deux vies moyennes donne l'ordre de grandeur du couplage faible effectif, soit  $10^{-5}$  fois plus faible que le couplage de l'interaction électromagnétique. Dans la limite des moments transférés petits par rapport à la masse des bosons intermédiaires, la constante de couplage faible  $g$  est reliée à la constante de Fermi à partir de la décroissance  $\beta$  :

$$G_F \equiv \frac{1}{4\sqrt{2}} \frac{g^2}{M_W^2 c^4} \simeq 1.16610^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (1.6)$$

la valeur numérique étant obtenue à partir du taux de décroissance expérimental. Dans cette expression,  $g$  est la constante de couplage faible.

### 1.1.4 L'unification électro-faible

Weinberg [63], Salam [52] et Glashow [25] proposèrent dans les années 1970 une théorie des interactions faibles dans laquelle l'état fondamental (le vide) est asymétrique, conséquence d'une brisure spontanée de symétrie.

La théorie électro-faible est une théorie de jauge basée sur le produit de groupe  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Elle comporte donc 3 champs de jauge pour  $SU(2)_L$  (le nombre de générateurs), qu'on notera  $A_\mu^a$  ( $a=1,2,3$ ) avec une constante de couplage  $g$  et un champ de jauge pour  $U(1)$ , qu'on notera  $B_\mu$  avec une constante de couplage  $g'$ . Par analogie avec le spin, l'espace abstrait sur lequel agit le groupe  $SU(2)_L$  est appelé espace d'**isospin faible**. L'isospin faible est un nombre quantique attribué à chaque fermion et il doit être conservé lors de l'interaction mettant en jeu les bosons  $A_\mu^a$  ( $a=1,2,3$ ). Le champ de jauge  $U(1)$  se comporte en principe de la même manière que le champ électromagnétique, sauf qu'il ne se couple pas à la charge électrique, mais à une autre quantité  $Y$  appelée **hypercharge faible** qui vaut  $Y = 2(Q - T_3)$ , où  $Q$  est la charge électrique et  $T_3$  est la troisième composante de l'isospin faible.

Les leptons et les quarks gauche sont rangés en trois familles formant des doublets d'isospin faible :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$$

Les spineurs droits forment des singulets d'isospin faible, ce qui signifie qu'ils n'interagissent pas avec le champ de jauge  $SU(2)_L$ .

	Fermions	Q	T	$T_3$	Y
	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	0 -1	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	-1 -1
	$e_R, \mu_R, \tau_R$	-1	0	0	-2
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_R$	$\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{3}$	0 0	0 0	$\frac{4}{3}$ $-\frac{2}{3}$

TAB. 1.1 – Charge électrique, troisième composante de l'isospin faible et hypercharge des différents fermions

## Mécanisme de Higgs

Dans cette théorie électro-faible, les fermions des doublets gauche (états propres de l'interaction électro-faible) ainsi que les bosons de l'interaction sont de masse nulle. Le mécanisme de Higgs modifie le contenu physique de la théorie électro-faible décrite ci-dessus en conférant une masse à 3 des 4 bosons de jauge et en donnant une masse non nulle aux fermions. Il se base sur la présence dans la théorie d'un champ scalaire en plus des fermions et des champs de jauge. Ce champ scalaire représente un boson de spin zéro, qui forme cependant un doublet complexe d'isospin faible et qui possède une hypercharge  $Y=1$ . Il est pratique de définir les combinaisons suivantes :

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \pm A_\mu^2) \quad (1.7)$$

$$Z_\mu^0 = \frac{-g'B_\mu + gA_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.8)$$

$$A_\mu = \frac{g'B_\mu + gA_\mu^3}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.9)$$

La combinaison  $A_\mu$  est le champ électromagnétique qui demeure sans masse après le mécanisme de Higgs. On exprime souvent les combinaisons des champs A et Z en fonction de l'angle de Weinberg

défini à partir des couplages  $g$  et  $g'$  par :

$$\tan \theta_w = \frac{g'}{g} \quad (1.10)$$

### Couplages des fermions aux bosons de jauge électro-faible

La forme du couplage dépend du boson considéré.

#### Couplage au photon :

$$C_\mu^\gamma = ieQ\gamma_\mu$$

#### Couplage au boson chargé W :

$$C_\mu^W = -i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma_\mu\frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$$

#### Couplage au boson neutre $Z^0$ :

$$C_\mu^Z = -\frac{ig}{\cos\theta_w}\gamma_\mu\frac{1}{4}(c_V^f - c_A^f\gamma_5)$$

Les coefficients  $c_V^f$  et  $c_A^f$  représentent les charges faibles vectorielle et axiale pour le fermion  $f$  :

$$\begin{cases} c_V^f = 2T_3^f - 4\sin^2\theta_w Q_f \\ c_A^f = 2T_3^f \end{cases}$$

Ces couplages apparaissent dans les courants utilisés pour calculer des amplitudes de diffusion. Lors

	fermions	$c_V^f$	$c_A^f$
	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L$	$\begin{matrix} 1 \\ -1 + 4\sin^2\theta_w \end{matrix}$	$\begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix}$
	$e_R, \mu_R, \tau_R$	$4\sin^2\theta_w$	0
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L$	$\begin{matrix} 1 - \frac{8}{3}\sin^2\theta_w \\ -1 + \frac{4}{3}\sin^2\theta_w \end{matrix}$	$\begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$
	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_R \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_R$	$\begin{matrix} -\frac{8}{3}\sin^2\theta_w \\ \frac{4}{3}\sin^2\theta_w \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}$

TAB. 1.2 – Charge faible vectorielle et axiale des différents fermions

de la diffusion élastique électron-proton, seuls les courants neutres sont effectifs, étant donné qu'il n'y a pas de changement de saveur de fermion.

## 1.2 Structure interne du proton en diffusion élastique électron-proton

Après avoir introduit la notion de facteurs de forme électromagnétiques et faibles du nucléon, nous montrerons comment on peut accéder, à la détermination pour chaque saveur de quark, de sa contribution à la charge et à l'aimantation du nucléon.

### 1.2.1 Les facteurs de forme électromagnétiques

Le couplage d'une particule élémentaire à un photon est déterminé par sa charge et son moment magnétique. Pour une particule composée comme le proton, ceci inclut les facteurs de forme qui reflètent les distributions de charge et de courant à l'intérieur de la particule.

Considérons la diffusion élastique d'un électron de quadri-impulsion  $p_e$  sur un proton de masse  $M_N$  et d'impulsion initiale  $P_N$ . Ces deux particules échangent à l'ordre le plus bas un photon de quadri-moment  $q = p_e - p_{e'} = P_{N'} - P_N$ . L'amplitude de transition associée à l'échange d'un photon associé au diagramme de Feynman 1.11, est le produit d'un courant hadronique par un courant leptonique [26] :

$$i\mathcal{M}_\gamma = (ie)^2 j_{P,\mu}^{em} \left( \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \right) j_{e,\nu}^{em} \quad (1.11)$$

Dans le cadre de la QED, le courant leptonique tient compte du caractère ponctuel de la particule de

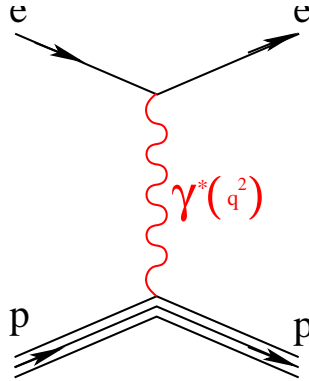


FIG. 1.3 – Disgramme de Feynman de la diffusion élastique électron-proton. Un photon virtuel est échangé entre le bas leptonique et hadronique.

spin  $\frac{1}{2}$  :

$$j_{e,\nu}^{em} = \langle e' | \hat{j}_\mu^{\gamma,e} | e \rangle = \bar{u}_e \gamma_\mu u_e \quad (1.12)$$

où  $u_e$  et  $\bar{u}_e$  sont respectivement le spineur de Dirac à 4 composants du lepton (électron) et son adjoint.

Pour le nucléon, le courant doit tenir compte de sa structure interne vis-à-vis de l'interaction électromagnétique. Le courant hadronique le plus général tenant compte de l'invariance de Lorentz, de la



conservation du courant, de l'invariance par symétrie de renversement du temps, ainsi que de l'invariance par symétrie discrète de parité est donné par l'expression 1.13 :

$$j_{P_N}^{em} = \langle e' | \hat{j}_\mu^{\gamma,P} | e \rangle = \bar{u}_p \left[ F_1^{\gamma,N}(Q^2) + i \frac{F_2^{\gamma,N}(Q^2)}{2M_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] u_p \quad (1.13)$$

où  $F_1^{\gamma,N}$  et  $F_2^{\gamma,N}$  sont les facteurs de forme électromagnétiques de Pauli-Dirac. Ils sont réels et ne dépendent que du transfert  $Q^2$  ;  $u_p$  et  $\bar{u}_p$  sont le spineur de Dirac à 4 composants du nucléon et son adjoint.

Les formules des sections efficaces sont généralement exprimées en fonction des facteurs de forme de Sachs qui sont des combinaisons linéaires des facteurs de forme de Pauli et Dirac :

$$G_E^{\gamma,N} = F_1^{\gamma,N} - \tau F_2^{\gamma,N} \quad (1.14a)$$

$$G_M^{\gamma,N} = F_1^{\gamma,N} + F_2^{\gamma,N} \quad (1.14b)$$

$\tau$  est un facteur cinématique où :  $\tau = \frac{Q^2}{4M_N^2}$ .

A la limite non-relativiste, ou bien lorsqu'on se place dans le repère de Breit<sup>1</sup>, les facteurs de forme électrique et magnétique peuvent être interprétés comme les transformées de Fourier des densités de charge et de courant à l'intérieur du nucléon. Leur normalisation à  $Q^2 = 0$  est donc reliée aux propriétés statiques du nucléon :

$$G_E^{\gamma,p}(Q^2 = 0) = Q_N \quad (1.15a)$$

$$G_M^{\gamma,p}(Q^2 = 0) = \mu_p = 1 + \kappa_p = 2.29 \quad (1.15b)$$

$\mu_p$  est le moment magnétique du proton, et  $Q_N$  la charge électrique. Dans le cas non-relativiste, et compte tenu de l'interprétation des facteurs de forme comme des transformées de Fourier de charge, le carré moyen du rayon de charge peut être extrait des facteurs de forme selon la formule :

$$\langle r^2 \rangle = -6 \left( \frac{\partial G_E^{\gamma,p}(Q^2)}{\partial Q^2} \right) \quad (1.16)$$

Il faut bien réaliser que la vision classique dans laquelle on interprète les facteurs de forme comme des transformées de Fourier des densités de charge et de courant est erronée dans le cadre de la théorie quantique. En effet pour parler de distribution de charge, il faut définir le centre du nucléon, qui n'a pas de sens en théorie quantique.

---

<sup>1</sup>Référentiel dans lequel les électrons incident et diffusé ont des impulsions opposées, ce qui implique un moment transféré (impulsion du photon échangé) nul

### Mesure des facteurs de forme : diffusion élastique $ep \rightarrow ep$

L'amplitude de la diffusion élastique (1.11) permet de calculer l'expression de la section efficace différentielle de Rosenbluth 1.17.

$$\frac{d\sigma^{\gamma,p}}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \frac{E_{e'}}{E_e} \left[ \frac{(G_E^{\gamma,p})^2 + \tau (G_M^{\gamma,p})^2}{1 + \tau} + 2\tau (G_M^{\gamma,p})^2 \tan^2(\theta_{e'}/2) \right] \quad (1.17)$$

$$= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \frac{E_{e'}}{E_e} \frac{1}{\varepsilon(1 + \tau)} [\varepsilon (G_E^{p,\gamma})^2 + \tau (G_M^{p,\gamma})^2] \quad (1.18)$$

Avec

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta_{e'}/2)}{4E_e^2 \sin^4(\theta_{e'}/2)}$$

et

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \theta_{e'}/2}$$

$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)$  correspond à la section efficace élastique électron-proton où le proton est considéré sans structure comme l'électron.  $\varepsilon$  est la polarisation transverse du photon virtuel échangé.

Au vu de l'équation 1.17, une mesure de la section efficace de la diffusion élastique à un angle  $\theta_{e'}$  et une énergie  $E_{e'}$ , permet d'obtenir une combinaison linéaire des facteurs de forme électrique et magnétique. Il est possible de déterminer complètement ces facteurs de forme en réalisant une autre mesure à une cinématique différente mais pour la même valeur de  $Q^2$ . Cette procédure est connue sous le nom de séparation de Rosenbluth.

### Le facteur de forme électromagnétique du proton

De nombreuses mesures ont été réalisées depuis les années 1960 pour déterminer le facteur de forme du proton à différentes valeurs de  $Q^2$ . Ces valeurs sont reportées sur la figure 1.4.

Il est possible d'ajuster les variations des données expérimentales des facteurs de forme électromagnétiques en fonction du  $Q^2$  [9] avec un modèle dipolaire [17].

$$G_E^{\gamma,p} \sim \frac{G_M^{\gamma,p}}{\mu_p} \sim (G_E^{\gamma,p})_D = \frac{1}{\left(1 + \frac{Q^2}{M_V^2}\right)^2} \quad (1.19)$$

avec  $M_V = 0.843 \text{ GeV}$ .

Un modèle dipolaire suggère que les distributions de charge et de magnétisation ont une forme exponentielle dans le proton (le passage d'une distribution exponentielle à une distribution dipolaire se fait par transformée de Fourier).

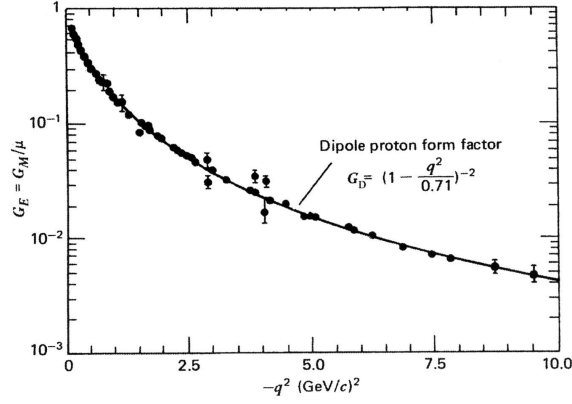


FIG. 1.4 – Facteur de forme du proton comme une fonction du  $Q^2$

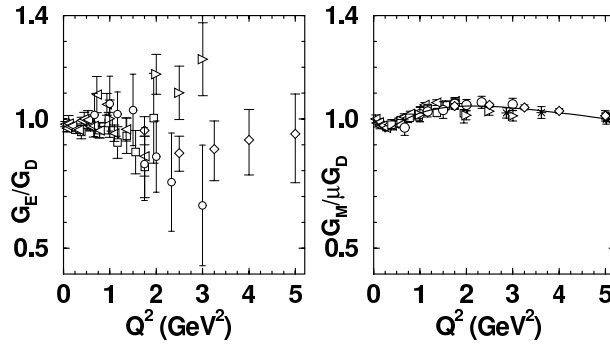


FIG. 1.5 – Rapport des facteurs de forme électrique et magnétique au modèle dipolaire [33, 22, 55]

Le modèle dipolaire est une bonne approximation des facteurs de forme électromagnétiques pour des faibles transferts (inférieurs à  $1 \text{ (GeV/c)}^2$ ). Au delà de  $1 \text{ (GeV/c)}^2$ , le modèle est insuffisant, notamment pour le facteur de forme électrique (cf. figure 1.5).

Compte tenu de ce que  $G_E$  et  $G_M$  soient tous deux proportionnels à  $(G)_D$ , leur rapport  $G_E/G_M$  doit être simplement une constante  $G_E/G_M \approx \frac{1}{\mu_p}$ . En fait, ce n'est vrai que jusqu'à  $Q^2 \approx 1 \text{ (GeV/c)}^2$ . Plusieurs mesures ont été faites en diffusion élastique électron-proton au Jefferson Laboratory jusqu'à un transfert de  $6 \text{ (GeV/c)}^2$  [22]. On constate que le rapport des facteurs de forme n'est plus constant mais possède une dépendance en  $Q^2$  (cf. figure 1.6). Ces deux approximations sont valables dans le cadre de  $G^0$  dont les mesures sont prévues jusqu'à  $1 \text{ (GeV/c)}^2$  mais nous devons tenir compte des incertitudes dans le calcul des erreurs systématiques.

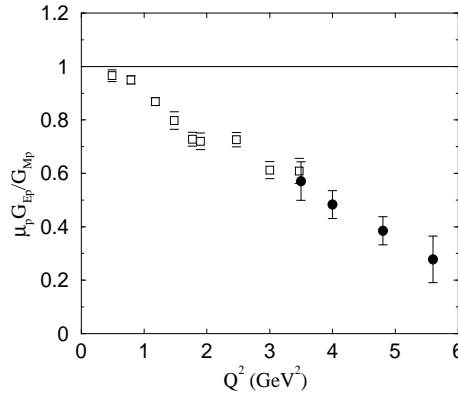


FIG. 1.6 – Mesures du rapport des facteurs de forme pour différentes valeurs du  $Q^2$  [22]

### Le facteur de forme électromagnétique du neutron

Le courant électromagnétique hadronique pour le neutron prend une forme très similaire à celle du proton avec des facteurs de forme qui n'ont pas les mêmes conditions aux limites. En effet, à la limite statique le neutron a une charge nulle et un moment magnétique  $\mu_n$  :

$$G_E^{\gamma,p}(Q^2 = 0) = 0 \quad (1.20a)$$

$$G_M^{\gamma,p}(Q^2 = 0) = \mu_n = -1.913 \quad (1.20b)$$

Compte tenu de la difficulté d'obtenir des cible de neutrons, les facteurs de forme du neutron sont beaucoup moins bien connus que ceux du proton. Leur mesure a été faite en diffusion quasi-élastique sur une cible de deutérium à  $Q^2 = 0.15 \text{ (GeV/c)}^2$  [28],  $Q^2 \in [0.2, 0.7] \text{ (GeV/c)}^2$  ou d'hélium-3 [51]. Deux difficultés viennent détériorer la précision des résultats :

- l'interaction nucléon-nucléon dépend du moment de Fermi des nucléons dans le noyau qui donne aux nucléons une impulsion non nulle et mal connue

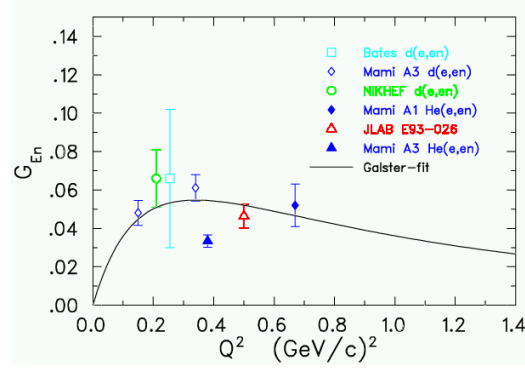


FIG. 1.7 – Mesures de  $G_E^{\gamma,n}$  en diffusion quasi-élastique d'électrons polarisés sur cibles de deutérium et d'hélium-3

– la charge du neutron étant nulle, le facteur de forme électrique du neutron a une valeur très faible, ce qui rend difficile une séparation de Rosenbluth.

Comme pour le proton, le facteur de forme magnétique du neutron peut être ajusté avec un modèle dipolaire, mais une déviation par rapport au modèle a été constatée [18, 37]. Pour le facteur de forme électrique du neutron, la paramétrisation de Galster [17] reproduit correctement les mesures expérimentales (cf. figure 1.10)

$$G_E^{\gamma,n}(Q^2) = -\mu_n \tau \frac{(G)_D(Q^2)}{1 + 5.6\tau} \quad (1.21)$$

### Les facteurs de forme faibles dans la diffusion électron-proton

Les interactions faibles mettent en jeu deux types de bosons de jauge massifs, associés au courant neutre et au courant chargé. Les courants chargés modifient la charge électrique et la saveur des fermions auxquels ils se couplent. Or, lors de la diffusion élastique électron-proton, les saveurs de fermions restent inchangées puisqu'on les retrouve dans l'état final. Donc les seuls couplages intervenant lors de la diffusion électron-proton sont le couplage électromagnétique avec l'échange du photon et le couplage faible avec l'échange du  $Z^0$ .

Le couplage du  $Z^0$  à l'électron fait intervenir un terme en  $\gamma_5$  permettant la violation de la parité et le courant faible s'écrit :

$$j_{e,\mu}^Z = \langle e' | \hat{j}_\mu^{\gamma,e} | e \rangle = \bar{u}_e \left( (-1 + 4 \sin^2 \theta_W) \gamma_\mu + \gamma_\mu \gamma_5 \right) u_e \quad (1.22)$$

Pour le proton, la paramétrisation du courant faible fait intervenir, comme dans le cas électromagnétique, des facteurs de forme tenant compte de sa structure interne. Nous pouvons exprimer le courant hadronique faible comme la somme d'un courant hadronique vectoriel et d'un courant hadronique axial. Nous utilisons les notations de Musolf et collaborateurs [46] :

$$j_{p,\mu}^{NC} = \langle p' | \hat{j}(p,\mu)^{NC} | p \rangle = \bar{u}_{p'} \left( \tilde{F}_1^P \gamma^\mu + i \frac{\tilde{F}_2^P}{2M_N} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right) u_p \quad (1.23)$$

où  $\tilde{F}_1^P$  et  $\tilde{F}_2^P$  sont les facteurs de forme faibles.

Le courant hadronique axial s'exprime comme :

$$j_{p,\mu}^{NC5} = \langle p' | \hat{j}(p,\mu)^{NC5} | p \rangle = \bar{u}_{p'} \left( \tilde{G}_A^P \gamma^\mu + i \frac{\tilde{G}_P^P}{M_N} q_\mu \gamma_5 \right) u_p \quad (1.24)$$

Dans cette expression, les termes violant la parité (en  $\gamma_5$ ) sont paramétrisés par le facteur de forme axial  $\tilde{G}_A^P$  et le facteur de forme pseudo-scalaire  $\tilde{G}_P^P$ . Dans la suite, nous ne tiendrons pas compte du facteur de forme pseudo-scalaire qui n'apparaît que dans l'expression de l'amplitude de diffusion purement faible. A partir des courants faibles neutres on peut calculer l'amplitude de la diffusion faible électron-proton :

$$\mathcal{M}_Z = i \left( \frac{g}{4 \cos \theta_w} \right)^2 j_{e,\mu}^Z \mathcal{P}^{\mu\nu} j_{p,\nu}^Z \quad (1.25)$$

où  $\mathcal{P}^{\mu\nu}$  est le propagateur du  $Z^0$ , expression valable pour une particule vectorielle (spin=1) massive.

$$\mathcal{P}^{\mu\nu} = \frac{-i(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{M_Z^2})}{q^2 - M_Z^2} \quad (1.26)$$

On définit comme dans le cas des facteurs de forme électromagnétiques, les facteurs de forme faible neutre électrique et magnétique  $G_E^{Z,p}(Q^2)$  et  $G_M^{Z,p}(Q^2)$  à partir des facteurs de forme faibles de Dirac et Pauli  $F_1^{Z,p}(Q^2)$  et  $F_2^{Z,p}(Q^2)$  par les relations :

$$\tilde{G}_E^p(Q^2) = \tilde{F}_1^p(Q^2) - \tau \tilde{F}_2^p(Q^2) \quad (1.27a)$$

$$\tilde{G}_M^p(Q^2) = \tilde{F}_1^p(Q^2) + \tilde{F}_2^p(Q^2) \quad (1.27b)$$

### Contribution des quarks aux facteurs de forme

Le nucléon est constitué de quarks de valence entourés d'une mer de gluons et de paires de quark-antiquark. Il est raisonnable de supposer que seuls les quarks se couplent aux bosons de jauge électro-faible (le photon et le  $Z^0$  dans le cas de la diffusion élastique électron-proton). En considérant les quarks comme des fermions ponctuels élémentaires de la QCD, leur couplage au champ électro-faible passe par les courants suivants :

- le courant vectoriel électromagnétique :  $\hat{j}_{\mu,f}^{EM} = Q_f \bar{u}_f \gamma_\mu u_f$
- le courant vectoriel électro-faible :  $\hat{j}_{\mu,f}^{NC} = c_V^f \bar{u}_f \gamma_\mu u_f$
- le courant axial électro-faible :  $\hat{j}_{\mu5,f}^{NC} = c_A^f \bar{u}_f \gamma_\mu \gamma_5 u_f$

Les variables  $Q_f$ ,  $c_V^f$  et  $c_A^f$  sont respectivement les charges électromagnétique, faible vectorielle et faible axiale de chaque quark de saveur  $f = \{u, d, s, c, b, t\}$ . Les quantités  $u_f$  sont les bi-spineurs de Dirac associés à chaque quark de saveur  $f$ . Ces courants s'expriment à l'intérieur du nucléon en faisant agir les opérateurs de courant sur les états du nucléon  $|N\rangle$  pour :

- le courant vectoriel électromagnétique :  $J_{\mu,f}^{EM} = \langle N | \hat{J}_{\mu,f}^{EM} | N \rangle = \langle N | Q_f \bar{u}_f \gamma_\mu u_f | N \rangle$
- le courant vectoriel électro-faible :  $J_{\mu,f}^{NC} = \langle N | \hat{J}_{\mu,f}^{NC} | N \rangle = \langle N | c_V^f \bar{u}_f \gamma_\mu u_f | N \rangle$
- le courant axial électro-faible :  $J_{\mu 5,f}^{NC} = \langle N | \hat{J}_{\mu 5,f}^{NC} | N \rangle = \langle N | c_A^f \bar{u}_f \gamma_\mu \gamma_5 u_f | N \rangle$

Les opérateurs de courant électromagnétique et faibles du proton peuvent s'exprimer comme une combinaison linéaire des opérateurs de courant des quarks constituants.

$$\hat{J}_{\mu,N}^{EM}(Q^2) = \sum_f \hat{J}_{\mu,f}^{EM} = \sum_f Q_f \bar{u}_f \gamma_\mu u_f \quad (1.28a)$$

$$\hat{J}_{\mu,N}^{NC}(Q^2) = \sum_f \hat{J}_{\mu,f}^{NC} = \sum_f c_V^f \bar{u}_f \gamma_\mu u_f \quad (1.28b)$$

$$\hat{J}_{\mu 5,N}^{NC}(Q^2) = \sum_f \hat{J}_{\mu 5,f}^{NC} = \sum_f c_A^f \bar{u}_f \gamma_\mu \gamma_5 u_f \quad (1.28c)$$

Cette décomposition linéaire reste valable lorsqu'on passe aux éléments de matrices en faisant agir les opérateurs courants sur les états du nucléon :

$$\langle N | \hat{J}_{\mu,N}^{EM}(Q^2) | N \rangle = \sum_f Q_f \langle N | \hat{J}_{\mu,f}^{EM}(Q^2) | N \rangle \quad (1.29a)$$

$$\langle N | \hat{J}_{\mu,N}^{NC}(Q^2) | N \rangle = \sum_f c_V^f \langle N | \hat{J}_{\mu,f}^{NC}(Q^2) | N \rangle \quad (1.29b)$$

$$\langle N | \hat{J}_{\mu 5,N}^{NC}(Q^2) | N \rangle = \sum_f c_A^f \langle N | \hat{J}_{\mu 5,f}^{NC}(Q^2) | N \rangle \quad (1.29c)$$

De la même manière que pour le nucléon, il existe une paramétrisation des éléments de matrice des courants des quarks avec des facteurs de forme. Cette décomposition n'a pas la même signification que pour le proton qui possède une structure contrairement aux quarks. Elle permet de dire que chaque quark du proton contribue, selon ses nombres quantiques, aux propriétés électro-faibles du proton.

$$J_{\mu,N}^{EM} = \bar{u} \sum_f Q_f \left[ \gamma_\mu F_1^{\gamma,f} + i \frac{\sigma^{\mu\nu} q^\nu}{2M_N} F_2^{\gamma,f} \right] u \quad (1.30a)$$

$$J_{\mu,N}^{NC} = \bar{u} \sum_f c_V^f \left[ \gamma_\mu F_1^{Z,f} + i \frac{\sigma^{\mu\nu} q^\nu}{2M_N} F_2^{Z,f} \right] u \quad (1.30b)$$

$$J_{\mu 5,N}^{NC} = \bar{u} \sum_f c_A^f \left[ \gamma_\mu \gamma_5 G_A^{Z,f} \right] u \quad (1.30c)$$

Dans la suite, nous limitons les sommes sur les saveurs des quarks aux 3 saveurs les plus légères  $u$ ,  $d$  et  $s$ . En effet seules les saveurs  $u$  et  $d$  apparaissent explicitement dans la fonction d'onde du

nucléon. Les autres saveurs ne se manifestent avec d'autant moins de probabilité que les quarks sont plus lourds [34]. Cette approximation conduit à une erreur de  $10^{-4}$  sur le courant vectoriel et de  $10^{-2}$  sur le courant axial.

Après identification des expressions des éléments de matrice des courants électro-faibles du proton (équations 1.29), nous obtenons une décomposition des facteurs de forme du proton en fonction des "facteurs de forme" des quarks :

$$F_{1,2}^{\gamma,N} = \sum_f Q_f F_{1,2}^{f(N)} \quad (1.31a)$$

$$F_{1,2}^{Z,N} = \sum_f c_V^f F_{1,2}^{f(p)} \quad (1.31b)$$

$$G_A^{Z,N} = \sum_f c_A^f G_A^{Z,f} \quad (1.31c)$$

On peut également introduire les facteurs de forme électrique et magnétique de Sachs.

$$G_E^{\gamma,f} = F_1^{\gamma,f} - \tau F_2^{\gamma,f} \quad (1.32a)$$

$$G_M^{\gamma,f} = F_1^{\gamma,f} + F_2^{\gamma,f} \quad (1.32b)$$

### Décomposition vectorielle des facteurs de forme

Le proton et le neutron font partie du même doublet d'isospin fort. La symétrie d'isospin permet d'assurer une contribution symétrique des quarks u et d aux facteurs de forme du proton et du neutron. La symétrie d'isospin n'est qu'une symétrie approchée des interactions fortes. Elle est violée par des effets d'ordre  $\frac{m_d - m_u}{4\pi f_\pi} \approx 1\%$ , où  $m_d$  et  $m_u$  sont les masses des quarks et  $f_\pi$  la constante de désintégration du pion. Les effets de violation de l'isospin fort dans le cadre des interactions fortes sont donc très faibles, et dans la pratique beaucoup plus faibles que les violations dues à l'interaction électromagnétique (qui n'ont pas de raison de respecter l'isospin). Cette approximation permet d'écrire :

$$F_{1,2}^{u(p)} = F_{1,2}^{d(n)} = F_{1,2}^u \quad (1.33a)$$

$$F_{1,2}^{d(p)} = F_{1,2}^{u(n)} = F_{1,2}^d \quad (1.33b)$$

$$G_A^{u(p)} = G_A^{d(n)} = G_A^u \quad (1.33c)$$

$$G_A^{d(p)} = G_A^{u(n)} = G_A^d \quad (1.33d)$$

Etant donné que les quarks étranges n'apparaissent que dans la mer du proton et du neutron, ils contribuent de façon identique à leur propriétés :

$$F_{1,2}^{s(p)} = F_{1,2}^{s(n)} = F_{1,2}^s \quad (1.34a)$$

$$G_A^{s(p)} = G_A^{s(n)} = G_A^s \quad (1.34b)$$



Nous pouvons réécrire les équations 1.31 pour chaque nucléon afin d'isoler les contributions des différents quarks.

$$F_{1,2}^{\gamma,p} = \frac{2}{3}F_{1,2}^u - \frac{1}{3}F_{1,2}^d - \frac{1}{3}F_{1,2}^s \quad (1.35a)$$

$$F_{1,2}^{\gamma,n} = -\frac{1}{3}F_{1,2}^u + \frac{2}{3}F_{1,2}^d - \frac{1}{3}F_{1,2}^s \quad (1.35b)$$

$$\tilde{F}_{1,2}^p = \left(1 - \frac{8}{3}\sin^2\theta_w\right)F_{1,2}^u - \left(-1 + \frac{4}{3}\sin^2\theta_w\right)(F_{1,2}^d + F_{1,2}^s) \quad (1.35c)$$

$$\tilde{F}_{1,2}^n = \left(1 - \frac{8}{3}\sin^2\theta_w\right)F_{1,2}^d - \left(-1 + \frac{4}{3}\sin^2\theta_w\right)(F_{1,2}^u + F_{1,2}^s) \quad (1.35d)$$

Ces mêmes décompositions s'appliquent aux facteurs de forme de Sachs dont les relations aux facteurs de forme de Fermi-Dirac sont données dans les équations 1.14 et 1.27. En ne prenant que les facteurs de forme électromagnétiques du proton et du neutron, on se retrouve avec un système à 4 équations et 6 inconnues qui sont les contributions des différentes saveurs de quarks. Afin de résoudre complètement le système d'équations, nous devons tenir compte de l'interaction électro-faible qui donne deux équations supplémentaires permettant de résoudre notre système.

$$G_{E,M}^u = (3 - 4\sin^2\theta_w)G_{E,M}^{\gamma,p} - G_{E,M}^{Z,p} \quad (1.36a)$$

$$G_{E,M}^d = 2(1 - 2\sin^2\theta_w)G_{E,M}^{\gamma,p} + G_{E,M}^{\gamma,n} - G_{E,M}^{Z,p} \quad (1.36b)$$

$$G_{E,M}^s = (1 - 4\sin^2\theta_w)G_{E,M}^{\gamma,p} - G_{E,M}^{\gamma,n} - G_{E,M}^{Z,p} \quad (1.36c)$$

En utilisant les équations 1.35, il est possible d'exprimer les facteurs de forme faibles neutres de Sachs en fonction des contributions des différents quarks. Nous pouvons exprimer les facteurs de forme faibles en fonction des facteurs de forme électrique et magnétique du proton et du neutron ainsi que de la contribution du quark étrange :

$$G_{E,M}^{Z,p} = \frac{\xi_V^p G_{E,M}^{\gamma,p} + \xi_V^n G_{E,M}^{\gamma,n} + \xi_V^{(0)} G_{E,M}^s}{4} \quad (1.37a)$$

$$G_{E,M}^{Z,n} = \frac{\xi_V^n G_{E,M}^{\gamma,p} + \xi_V^p G_{E,M}^{\gamma,n} + \xi_V^{(0)} G_{E,M}^s}{4} \quad (1.37b)$$

Les termes  $G_{E,M}^s$  sont les contributions des quarks étranges aux facteurs de forme électriques et magnétiques de Sachs. Lorsque les termes d'ordre supérieur sont négligés, les coefficients  $\xi_V^p$ ,  $\xi_V^n$  et  $\xi_V^{(0)}$  sont donnés dans l'article de Musolf et collaborateurs [46] :

$$\xi_V^p = 1 - 4\sin^2\theta_w \quad (1.38a)$$

$$\xi_V^n = -1 \quad (1.38b)$$

$$\xi_V^{(0)} = -1 \quad (1.38c)$$

### Les facteurs de forme axiaux

Une opération similaire permet de décomposer les facteur de forme axiaux :

$$G_A^{Z,p}(Q^2) = \frac{1}{2} \left( -G_A^u(Q^2) + G_A^d(Q^2) + G_A^s(Q^2) \right) \quad (1.39a)$$

$$G_A^{Z,n}(Q^2) = \frac{1}{2} \left( G_A^u(Q^2) - G_A^d(Q^2) + G_A^s(Q^2) \right) \quad (1.39b)$$

A la limite non-relativiste ( $Q^2 = 0$ ), le facteur de forme  $G_A = G_A^u - G_A^d$ , déterminé par la désintégration  $\beta$  du neutron, vaut  $G_A(Q^2 = 0) = 1.2670 \pm 0.0035$ . Le facteur de forme axial suit une dépendance de forme dipolaire de la forme :

$$G_A(Q^2) = \frac{G_A(0)}{1 + \frac{Q^2}{M_A^2}} \quad (1.40)$$

avec  $M_A = 1.069 \pm 0.016 \text{ (GeV/c}^2\text{)}$ .

### Corrections radiatives électro-faible

La diffusion électro-faible électron-proton fait intervenir des diagrammes d'ordre supérieur qui peuvent apparaître dans l'expression de l'asymétrie de violation de la parité. On peut classer les corrections radiatives électro-faible dans deux catégories [46] :

- corrections à un quark : les corrections électro-faible impliquent un seul des quarks du proton (cf. figure 1.8)
- corrections à plusieurs quarks : au moins deux quarks interagissent avec le  $Z^0$  virtuel échangé 1.9

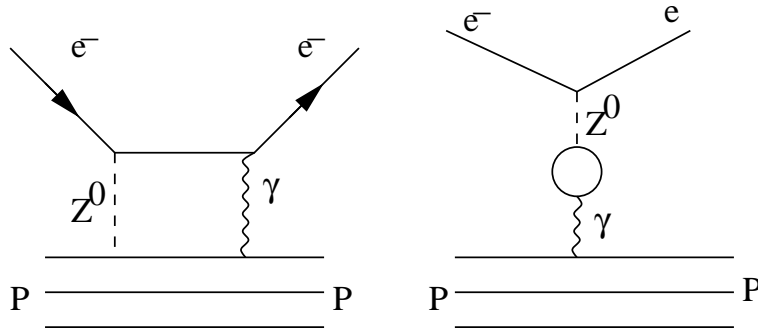


FIG. 1.8 – Exemples de processus d'ordre supérieur mettant en jeu un seul quark du proton

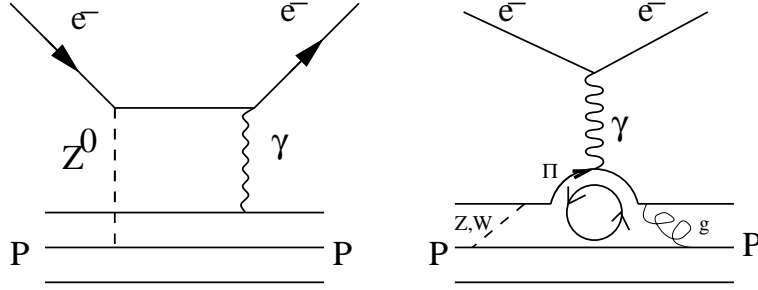


FIG. 1.9 – Exemples de processus d'ordre supérieur mettant en jeu plusieurs quarks du proton

Il est pratique d'exprimer les différents opérateurs de courant en fonction d'opérateurs de courant octet et singlet dans la représentation  $SU(3)_f$ . Les corrections radiatives électro-faible se manifestent par des facteurs de correction à apporter aux facteurs de forme du nucléon.

$$\xi_V^P = (1 - 4 \sin^2 \theta_w)(1 + R_V^P) \quad (1.41a)$$

$$\xi_V^n = -(1 + R_V^n) \quad (1.41b)$$

$$\xi_V^{(0)} = -(1 + R_V^{(0)}) \quad (1.41c)$$

où les corrections  $R_V^P$  et  $R_V^n$  sont des combinaisons linéaires iso-vectorielles et iso-scalaires. Les valeurs données par Musolf [46] sont :

$$R_V^P = -0.0529 \quad R_V^n = -0.0144 \quad R_V^{(0)} \approx 0 \quad (1.42)$$

Les facteurs de forme axiaux apparaissant explicitement dans l'expression de l'asymétrie sont données par :

$$G_A^{\tilde{p},n} = \frac{G_A^{Z,p,n}}{2} \quad (1.43)$$

Le facteur de forme axial s'exprime sous  $SU(3)_F$  comme :

$$G_A^{Z,p} = \frac{\xi_A^{T=0} G_A^{(3)} + \xi_A^{T=1} G_A^{(8)} + \xi_A^{(0)} G_A^s}{2} \quad (1.44a)$$

$$G_A^{Z,n} = \frac{-\xi_A^{T=1} G_A^{(3)} + \xi_A^{T=0} G_A^{(8)} + \xi_A^{(0)} G_A^s}{2} \quad (1.44b)$$

De même pour la partie vectorielle, les facteurs axiaux  $\xi_A$  incluent les facteurs de corrections  $R_A$  par les relations :

$$\xi_A^{(0)} = (1 + R_A^{(0)}) \quad (1.45a)$$

$$\xi_A^{T=0} = \sqrt{3}(R_A^{T=0}) \quad (1.45b)$$

$$\xi_A^{T=1} = 2(1 + R_A^{T=1}) \quad (1.45c)$$

A la limite  $Q^2=0$ ,  $G_A^{(3)}$  et  $G_A^{(8)}$  sont donnés par :

$$G_A^{(3)}(Q^2=0) = \frac{1}{2}(D + F) \equiv \frac{g_A}{2} \approx 0.63 \quad (1.46a)$$

$$G_A^{(8)}(Q^2=0) = \frac{1}{2\sqrt{3}}(3F - D) \approx -0.17 \quad (1.46b)$$

Pour les valeurs de  $Q^2$  différentes de 0,  $G_A^{(3)}$  et  $G_A^{(8)}$  sont paramétrisés par un modèle dipolaire :

$$G_A^{(3)}(Q^2) = \frac{1}{2}(D + F)G_D^A \quad (1.47a)$$

$$G_A^{(8)}(Q^2) = \frac{1}{2\sqrt{3}}(3F - D)G_D^A \quad (1.47b)$$

Nous pouvons définir les facteurs de forme iso-vectorel et iso-scalaire non étranges par :

$$G_A^{T=1}(Q^2) = \xi_A^{T=1} G_A^{(3)}(Q^2) \quad (1.48a)$$

$$G_A^{T=0}(Q^2) = \xi_A^{T=0} G_A^{(8)}(Q^2) \quad (1.48b)$$

Nous pouvons ainsi réécrire les facteurs de forme faibles axiaux à partir des équations 1.44 :

$$G_A^{Z,p}(Q^2) = \frac{G_A^{T=1}(Q^2) + G_A^{T=0}(Q^2) + \xi_A^{(0)} G_A^s(Q^2)}{2} \quad (1.49a)$$

$$G_A^{Z,n}(Q^2) = \frac{-G_A^{T=1}(Q^2) + G_A^{T=0}(Q^2) + \xi_A^{(0)} G_A^s(Q^2)}{2} \quad (1.49b)$$

Le facteur de forme axial étrange suit le modèle dipolaire :

$$G_A^s = \Delta s G_D^A \xi_A^{(0)} \quad \xi_A^{(0)} = \frac{1}{1 + \lambda_A^{(s)} \tau} \quad (1.50)$$

### Asymétrie de violation de la parité

Dans le but de remonter aux contributions des quarks étranges aux propriétés électrique et magnétiques du proton, il est impératif de mesurer les facteurs de forme faibles du proton. Pour cela, il existe deux solutions : la diffusion élastique  $\nu p$  et la diffusion élastique  $e p$ . La diffusion neutrino-proton est un processus purement faible alors que la diffusion électron-proton est un mélange entre les interactions faibles et électromagnétiques, avec un bras de levier énorme compte tenu de la différence d'intensité entre les deux types d'interactions.

Les sections efficace  $\nu e$  ou  $\bar{\nu} e$  ont été mesurées par l'expérience E734 à Brookhaven. L'énergie moyenne des faisceaux était  $< E_{\bar{\nu}} \approx 1.2 \text{ GeV} >$  pour les anti-neutrinos et  $< E_{\nu} \approx 1.3 \text{ GeV} >$  pour les neutrinos ( $Q^2 \in [0.4, 1.2] (\text{GeV}/c)^2$ ). La section efficace recherchée est donnée dans les références [20, 19] :

$$\frac{d\sigma_{\nu p}}{dQ^2} = \frac{G_F^2 Q^2}{2\pi E_{\nu}^2} [A + BW + CW^2] \quad (1.51)$$

Avec :

$$W = \frac{4E_{\nu}}{M_N} - \frac{Q^2}{M_N^2} \quad (1.52a)$$

$$A = \frac{1}{4} \left[ (1 + \tau)(G_A^{Z,p})^2 - (1 - \tau) \left( (F_1^{Z,p})^2 - \tau(F_2^{Z,p})^2 \right) + 4\tau F_1^{Z,p} F_2^{Z,p} \right] \quad (1.52b)$$

$$B = -\frac{1}{4} G_A^{Z,p} (F_1^{Z,p} + F_2^{Z,p}) \quad (1.52c)$$

$$C = \frac{M_N^2}{16Q^2} \left( (G_A^{Z,p})^2 + (F_1^{Z,p})^2 + (F_2^{Z,p})^2 \right) \quad (1.52d)$$

L'utilisation des faisceaux de neutrinos est certes intéressante mais les facteurs de forme déduits de ces mesures sont entachés de barres d'erreurs très importantes et les mesures sont trop sensibles au paramètre  $M_A$  du facteur de forme axial.

La diffusion électron-proton est un processus électro-faible, qui se manifeste par l'échange des bosons de jauge virtuels que sont le photon et le  $Z^0$ . Étant donné que ces deux processus ont le même état final (un électron et un proton), la section efficace est donnée par le carré de la somme des amplitudes de diffusion :

$$\sigma_{ep \rightarrow ep} = |\mathcal{M}_{\gamma} + \mathcal{M}_Z|^2 \quad (1.53)$$

Dans le domaine de  $Q^2$  compris entre 0 et 1  $(\text{GeV}/c)^2$ , le processus électromagnétique domine très largement sur le processus faible. En effet dans cette gamme en énergie transféré, la norme de l'amplitude  $\mathcal{M}_{\gamma}$  est  $10^5$  fois plus faible que celle de l'amplitude  $\mathcal{M}_Z$ , le plus gros du facteur venant de l'expression des propagateurs qui sont proportionnels à l'inverse du  $Q^2$  pour le photon et à l'inverse de sa masse<sup>2</sup> pour le  $Z^0$ . La suite du développement théorique revient à répondre à la question :

---

<sup>2</sup>si on néglige le  $Q^2$  devant la masse du  $Z^0$ , ce qui est justifié pour des valeurs de  $Q^2 < 10(\text{GeV}/c)^2$

**comment mettre en évidence un phénomène complètement caché par un autre beaucoup plus intense ?** Une différence fondamentale entre les deux types d'interactions est la non conservation de la symétrie de parité par les interactions faibles. Cette dissymétrie entre ces deux interactions agissant conjointement lors de la diffusion élastique électron-proton, nous donne un moyen d'en extraire la plus faible. La méthode consiste à faire deux expériences antisymétriques l'une de l'autre par la symétrie discrète de parité, et de comparer les sections efficaces de chaque expérience. Une des manières de mettre en évidence la violation de la parité est de renverser la chiralité de l'électron incident. Or la chiralité n'est pas une variable "macroscopique" sur laquelle on peut agir. C'est donc sur l'hélicité du faisceau qu'il faut agir pour obtenir la violation de la parité désirée. L'hélicité est définie comme étant la projection du spin de la particule sur la direction de propagation. Dans le cas des électrons longitudinaux, nous avons deux états d'hélicité :  $h = \pm \frac{1}{2}$ . Comme la masse de l'électron n'est pas nulle, pour un état d'hélicité donné, l'électron ne sera pas d'une chiralité parfaitement définie mais aura aussi une petite composante de chiralité opposée. Nous appelons les électrons d'hélicité  $h = \pm \frac{1}{2}$ , électron gauche (L) et électron droit (R).

La section efficace élastique 1.53 peut être développée en tenant compte d'un ordre hiérarchique donné pour un moment transféré de l'ordre de 1 ( $GeV/c$ )<sup>2</sup> :

$$\sigma_{ep \rightarrow ep} \sim |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*) + |\mathcal{M}_Z|^2 \quad (1.54)$$

avec la condition :

$$|\mathcal{M}_\gamma|^2 \gg \Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*) \gg |\mathcal{M}_Z|^2 \quad (1.55)$$

La méthode pour accéder au courant neutre est de mesurer l'asymétrie du taux de comptage entre la diffusion ( $ep$ ) pour les électrons droits ( $h = \frac{1}{2}$ ) et gauche ( $h = -\frac{1}{2}$ ).

Faisons agir l'opérateur parité  $\mathcal{P}$  sur la section efficace élastique.

$$\mathcal{P}(\sigma_{ep \rightarrow ep}) \sim \mathcal{P}\left(|\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*) + |\mathcal{M}_Z|^2\right) \quad (1.56)$$

$$= \mathcal{P}\left(|\mathcal{M}_\gamma|^2\right) + 2\mathcal{P}\left(\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*)\right) + \mathcal{P}\left(|\mathcal{M}_Z|^2\right) \quad (1.57)$$

$$= |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{P}(\mathcal{M}_\gamma) \mathcal{P}(\mathcal{M}_Z^*)) + |\mathcal{M}_Z|^2 \quad (1.58)$$

$$= |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{P}(\mathcal{M}_Z^*)) + |\mathcal{M}_Z|^2 \quad (1.59)$$

On peut en déduire l'expression de l'asymétrie de violation de la parité à partir d'une mesure des deux états d'hélicité. On désigne par (+) la section efficace et les amplitudes pour l'électron dans l'état d'hélicité  $h = +\frac{1}{2}$  et par (-) dans l'état d'hélicité  $h = -\frac{1}{2}$ . Compte tenu de sa faible valeur (cf. 1.55) on néglige le carré de l'amplitude purement faible  $|\mathcal{M}_Z|^2$  pour le calcul de l'expression de

l'asymétrie.

$$\mathcal{A}_{pV} = \frac{\sigma_{ep \rightarrow ep}^{(+)} - \sigma_{ep \rightarrow ep}^{(-)}}{\sigma_{ep \rightarrow ep}^{(+)} + \sigma_{ep \rightarrow ep}^{(-)}} \quad (1.60)$$

$$= \frac{\sigma_{ep \rightarrow ep}^{(+)} - \mathcal{P}(\sigma_{ep \rightarrow ep}^{(+)})}{\sigma_{ep \rightarrow ep}^{(+)} + \mathcal{P}(\sigma_{ep \rightarrow ep}^{(+)})} \quad (1.61)$$

$$\simeq \frac{\left[ |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*) \right] - \left[ |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{P}(\mathcal{M}_Z^*)) \right]}{\left[ |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*) \right] + \left[ |\mathcal{M}_\gamma|^2 + 2\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{P}(\mathcal{M}_Z^*)) \right]} \quad (1.62)$$

$$\simeq \frac{\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{M}_Z^*) - \Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{P}(\mathcal{M}_Z^*))}{2|\mathcal{M}_\gamma|^2} \quad (1.63)$$

On a aussi négligé au dénominateur  $\Re(\mathcal{M}_\gamma \mathcal{P}(\mathcal{M}_Z^*))$  devant le carré de l'amplitude purement électromagnétique  $|\mathcal{M}_\gamma|^2$  (cf. 1.55). Le calcul de l'asymétrie de violation de la parité à partir des expressions des amplitudes de diffusion électromagnétique et faible donne une expression proportionnelle au premier ordre au  $Q^2$  :

$$\mathcal{A}_{pV} = -\frac{G_F Q^2}{\sqrt{2}\pi\alpha} \left( \frac{\varepsilon G_E^{\gamma,p} G_E^{Z,p} + \tau G_M^{\gamma,p} G_M^{Z,p} - \delta G_M^{\gamma,p} G_A^{Z,p}}{\varepsilon (G_E^{\gamma,p})^2 + (G_M^{\gamma,p})^2} \right) \quad (1.64)$$

Avec les facteurs cinématiques :

$$\tau = \frac{Q^2}{4M_p^2} \quad (1.65a)$$

$$\varepsilon = \left[ 1 + 2(1 + \tau) \tan^2 \frac{\theta_e}{2} \right]^{-1} \quad (1.65b)$$

$$\delta = (1 - 4 \sin^2 \theta_w) \sqrt{\tau(1 + \tau)(1 - \varepsilon^2)} \quad (1.65c)$$

où  $\theta_e$  est l'angle de diffusion de l'électron et  $M_p$  la masse du proton. L'expression 1.64 comporte 3 inconnues : les contributions des quarks étranges aux facteurs de forme électromagnétiques du proton, inclus dans les expressions des facteurs de forme faibles du proton  $G_{E,M}^{Z,p}$ .

Les autres facteurs sont soit des facteurs cinématiques, soit les facteurs de forme électromagnétiques du proton ou du neutron connues par des données expérimentales antérieures et des ajustements théoriques. Une mesure de  $\mathcal{A}_{pV}$  à une valeur de  $Q^2$  correspond à la détermination d'une combinaison linéaire de  $G_{E,M}^s$  et de  $G_A^s$ . Pour réussir à déterminer, pour un  $Q^2$  donné, chacune des contributions étranges, il est nécessaire de faire trois mesures au même  $Q^2$  avec des cinématiques différentes (séparation de Rosenbluth). Nous pouvons réécrire l'expression de l'asymétrie 1.64 comme la somme d'une asymétrie contenant les facteurs de forme étranges et d'une asymétrie sans étrangeté :

$$\mathcal{A}_{pV} = \mathcal{A}_{pV}^{p,0} + \mathcal{A}_{pV}^{p,s} \quad (1.66)$$

avec :

$$\mathcal{A}_{pV}^{p,0} = -\frac{G_F Q^2}{\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{1}{4\sigma_p} \left[ \xi_V^p \sigma_p + \xi_V^n (\varepsilon G_E^{\gamma,p} G_E^{\gamma,n} + \tau G_M^{\gamma,p} G_M^{\gamma,n}) - \delta G_M^{\gamma,p} (G_A^{T=1} + G_A^{T=0}) \right]$$

et

$$\mathcal{A}_{pV}^{p,s} = -\frac{G_F Q^2}{\sqrt{2}\pi\alpha} \frac{1}{4\sigma_p} \left[ \xi_V^{(0)} (\varepsilon G_E^{\gamma,p} G_E^s + \tau G_M^{\gamma,p} G_M^s) - \delta \xi_A^{(0)} G_M^{\gamma,p} G_A^s \right]$$

Remarquons que l'asymétrie  $\mathcal{A}_{pV}^{p,0}$ , qui ne contient pas d'étrangeté, est non nulle. En effet, la propriété de violation de la parité du couplage faible est indépendante du contenu du proton. Une mesure d'asymétrie donne donc accès au contenu étrange sous la forme d'une déviation de la valeur de l'asymétrie par rapport à une asymétrie sans étrangeté (encore appelée asymétrie du modèle standard). Afin de rendre compte de l'importance relative de chacun des termes composant l'expression de l'asymétrie 1.64 nous pouvons écrire :

$$-\frac{4\pi\alpha\sqrt{2}}{G_F Q^2} \mathcal{A}_{pV} = X_1 + X_A^{T=0} G_A^{T=0} + X_A^{T=1} G_A^{T=1} + X_E^s G_E^s + X_M^s G_M^s + X_A^s G_A^s \quad (1.67)$$

Les paramètres  $X_i$  contiennent des facteurs cinématiques ainsi que des facteurs de forme électromagnétique connus. A une valeur de  $Q^2$  donnée, les facteurs de forme sont fixées. Seuls les facteurs cinématiques  $\varepsilon$  et  $\delta$  (1.65) qui dépendent de l'angle de l'électron diffusé peuvent varier à condition de faire varier l'énergie incidente. La figure suivante nous montre la variation des paramètres  $X_i$  en fonction de l'angle de l'électron diffusé pour une valeur de  $Q^2$  fixée. Une expérience pour une valeur de

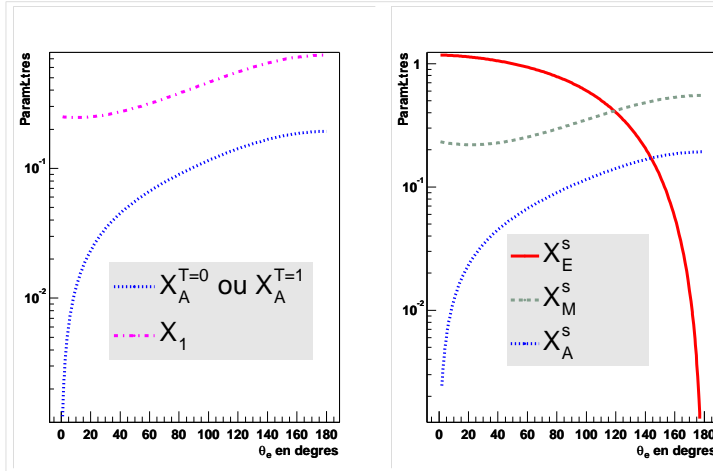


FIG. 1.10 – Coefficients  $X_i$  en fonction de  $\theta_e$  pour un  $Q^2$  fixé à  $0.25(\text{GeV}/c)^2$

$Q^2$  donnée permet d'accéder à une combinaison linéaire des facteurs de forme étranges dont la valeur relative des coefficients va dépendre de l'angle de diffusion de l'électron (ou bien du proton). A petit angle électron, l'expérience sera sensible aux facteurs de forme électrique et magnétique (PVA4 et HAPPEX) alors qu'à grand  $\theta_e$ , on mesure plutôt une combinaison de facteurs de forme magnétique et axial (SAMPLE).



### 1.2.2 Programme expérimental

Plusieurs expériences utilisent la propriété de l'interaction faible de violer la symétrie de parité pour remonter aux facteurs de forme étranges. Deux d'entre elles ont publié des données aux angles avant : l'expérience HAPPEX qui a lieu dans le Hall A du laboratoire Jefferson et PVA4 dans le Microtron MAMI à Mayence en Allemagne. Les mesures ont été faites à une valeur du  $Q^2$  donc les résultats sont des combinaisons linéaires des facteurs de forme étranges. L'expérience SAMPLE (situé à MIT, Bates aux États-Unis) a publié des données aux angles arrière : elle est donc plus sensible au facteur de forme axial. Enfin pour les expériences à venir, le but est de réaliser une séparation de Rosenbluth, soit toute seule (expérience  $G^0$ ) soit en combinant leurs données à celles d'une expérience complémentaire au même  $Q^2$ .

#### PVA4

L'expérience PVA4 a utilisé un faisceau de 854 MeV et détecte aux angles avant (entre 30° et 40° des électrons). La combinaison linéaire des facteurs de forme étranges mesurées est [39, 16, 11, 38] :

$$G_E^s + 0.22G_M^s \quad (1.68)$$

En 2001 et 2002, PVA4 a pris des données et a obtenu une asymétrie préliminaire à  $Q^2 = 0.225$  de :

$$A_{PV} = -7.3 \pm 0.5 \pm 0.8 \text{ ppm} \quad (1.69)$$

la première erreur étant l'erreur statistique et la seconde l'erreur systématique. Pour l'avenir de PVA4, une série de mesures sont réalisés aux angles avant à un  $Q^2 = 0.1 (\text{GeV}/c)^2$ , afin de faire une séparation de Rosenbluth avec l'aide des données de SAMPLE.

#### HAPPEX

L'expérience HAPPEX a utilisé entre 1998 et 1999 un faisceau du Laboratoire Jefferson de 3.356 GeV sur une cible de LH2. Les électrons sont diffusés autour de 12.3° pour un  $Q^2$  de 0.477  $(\text{GeV}/c)^2$ . L'asymétrie mesurée vaut :

$$A_{PV} = -15.05 \pm 0.98 \pm 0.56 \text{ ppm} \quad (1.70)$$

Le résultat sur les facteurs de forme étranges est :

$$G_E^s + 0.392G_M^s = 0.025 \pm 0.020 \pm 0.014 \quad (1.71)$$

Bien que le résultat soit compatible avec une contribution des quarks étranges nulle sur les facteurs de forme électrique et magnétique, ceci n'implique pas qu'individuellement ces contributions soient nulles.

## HAPPEX2-He-4

Le futur de l'expérience HAPPEX au Jefferson Laboratory sera réalisé par deux expériences : HAPPEX2 et  $He^4$  [60]. HAPPEX2 [59] aura pour but de faire une mesure de la combinaison linéaire de  $G_E^s$  et  $G_M^s$  à  $Q^2 = 0.1 (GeV/c)^2$ . En remplaçant la cible de LH2 par de l'He-4, l'asymétrie de violation de la parité dépend uniquement du facteur de forme électrique. La combinaison du résultat de He-4 avec HAPPEX2 permettra de séparer les contributions des quarks étranges aux facteurs de forme du proton.

## SAMPLE

L'expérience SAMPLE [45, 54] mesure l'asymétrie de violation de la parité aux angles arrière en détectant des électrons entre 130 et 170 degrés. A cette cinématique, on est sensible aux facteurs de forme axial et magnétique. Les mesures ont été faites à un  $Q^2$  de 0.091 GeV avec dans un premier temps une cible de LH2 [45] et ensuite une cible de LD2 [64]. Une troisième mesure sur du LD2 a été réalisée pour une plus faible valeur du  $Q^2$  ( $= 0.038 (GeV/c)^2$ ) [30], dans le but de comprendre le déaccord qui existait pour la première mesure de  $G_A^{T=1}$  entre les prédictions théoriques de Zhu et al. [65] et le résultat expérimental.

Les asymétries sont :

$$A_p = -5.61 \pm 0.68 \pm 0.88 ppm \quad (1.72)$$

$$A_d = -7.77 \pm 0.73 \pm 0.62 ppm \quad (1.73)$$

## $G^0$

L'expérience  $G^0$  a été prévue dans le but de faire une séparation de Rosenbluth pour trois valeurs de  $Q^2$  : 0.3, 0.5 et 0.8  $(GeV/c)^2$ . Afin de faire cette séparation, l'expérience  $G^0$  prend une série de données aux angles avant dans laquelle le proton est détecté entre 48 et 77 degrés. Dans cette phase, les asymétries sont mesurées pour des valeurs continues du  $Q^2$  entre 0.1 et 1.0  $(GeV/c)^2$ . Ensuite, le détecteur va être retourné (en 2005) pour prendre des données aux angles arrière où l'électron sera détecté autour de 110°. Dans cette phase, seules trois valeurs du  $Q^2$  seront mesurées en changeant la valeur de l'énergie du faisceau à 424 MeV, 576 MeV puis 799 MeV. Aux angles arrière, le facteur de forme axial contribue de façon non négligeable : afin de déterminer sa valeur et de séparer complètement les facteurs de forme étranges, une dernière série de mesures sur cible de LD2 sera faite aux angles arrière.



# Chapitre 2

## Dispositif expérimental

### 2.1 Le Jefferson Laboratory

Le laboratoire TJNAF (Thomas Jefferson Accelerator Facility) est un laboratoire de recherche fondamentale qui se trouve à Newport News (Virginie, USA). Un accélérateur d'électrons CEBAF (Continuous Electron Beam Accelerator Facility) permet d'y obtenir un faisceau d'électrons de très grande intensité (jusqu'à  $100 \mu A$ ) et avec une polarisation comprise entre 70% et 80%. Le principal objectif du laboratoire TJNAF est d'étudier la physique du noyau atomique avec la sonde électromagnétique.

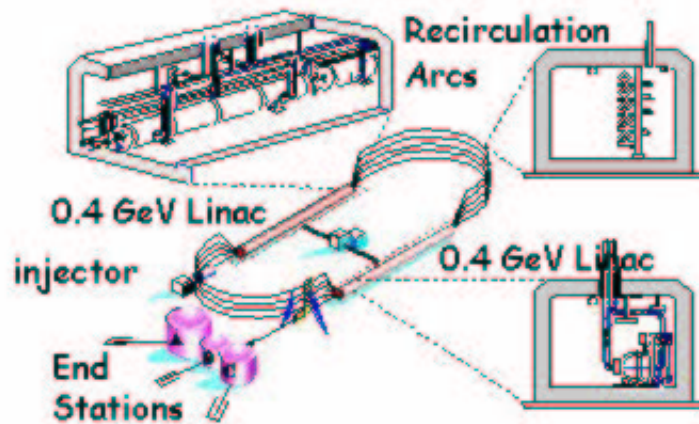


FIG. 2.1 – Schéma de l'accélérateur de Jefferson Laboratory

### 2.2 Le faisceau d'électrons

La précision sur la mesure de l'asymétrie est inversement proportionnelle au produit  $P_e \sqrt{I}$  dans lequel  $P_e$  est la polarisation du faisceau et  $I$  son intensité. Pour avoir des taux de comptage élevés, la source

d'électrons devra donc délivrer un faisceau très intense avec une polarisation élevée.

### 2.2.1 La source d'électrons polarisés

La production faisceau polarisé s'obtient par pompage optique d'un cristal d'arséniure de Gallium (AsGa). L'état de spin des électrons est déterminé par la polarisation du faisceau laser incident (selon des règles de sélection). Trois étapes sont nécessaires pour extraire les électrons :

- absorption d'un photon par un des électrons de la bande de valence. Puis transition de l'électron excité vers la bande de conduction,
- diffusion de l'électron vers la surface du cristal,
- émission de l'électron dans le vide.

La structure en énergie de l'AsGa est bien connue. Il existe dans la zone de Brillouin un point  $\Gamma$  pour lequel l'impulsion des électrons est nulle et qui correspond au minimum de l'énergie de la bande de conduction et au maximum de la bande de valence. Le gap entre la bande de conduction et la bande de valence est alors minimum et vaut  $E_{gap} = 1.43\text{eV}$ . Au point  $\Gamma$  de la bande de conduction le moment orbital des électrons vaut  $|\vec{l}| = 0$  (état S) et  $|\vec{l}| = 1$  (état P) sur la bande de valence. La dégénérescence en énergie des états P est levée par le couplage spin-orbite, en plaçant les états  $P_{1/2}$  (deux fois dégénérés) à une énergie inférieure de  $\Delta E = 0.33\text{eV}$  aux états  $P_{3/2}$  (dégénérés 4 fois).

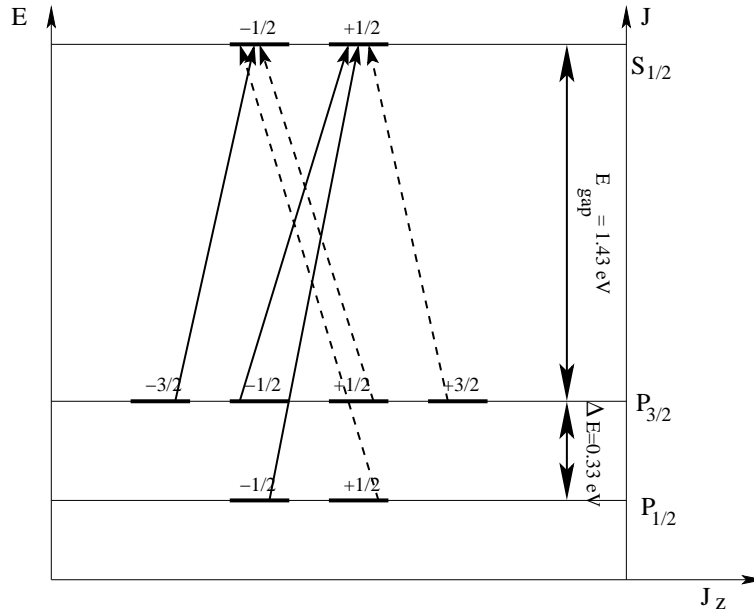


FIG. 2.2 – Structure en bande de L'AsGa. Pompage par un photon droit (trait plein) et un photon gauche (pointillés)

Considérons deux cas : Le cristal est éclairé par des photons polarisés circulairement droit (portant un moment angulaire +1) et gauche (portant un moment angulaire -1). Pour un photon droit, les transitions possibles sont donnée sur la figure 2.2 par les flèches en trait plein. Les probabilités de

transitions sont données par [1] :

$$\mathcal{P}(|\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\rangle \rightarrow |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle) = 1 \quad (2.1a)$$

$$\mathcal{P}(|\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \rightarrow |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{1}{3} \quad (2.1b)$$

$$\mathcal{P}(|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \rightarrow |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle) = \frac{2}{3} \quad (2.1c)$$

Au vu de ces probabilités, le pompage de la couche  $P_{3/2}$  vers la couche  $S_{1/2}$  par des photons droit produira trois fois plus d'électrons droit ( $m_s = -\frac{1}{2}$ ) que d'électrons gauche ( $m_s = \frac{1}{2}$ ), et inversement pour un pompage avec des photons gauche. La polarisation des électrons devient alors :

$$P_e(\text{photon droit}) = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = \frac{1 - 3}{3 + 1} = -50\% \quad (2.2a)$$

$$P_e(\text{photon gauche}) = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} = \frac{3 - 1}{3 + 1} = 50\% \quad (2.2b)$$

Par contre si on suppose que l'énergie des photons est supérieure à  $E_{gap} + \Delta E$ , les transitions de la couche  $P_{1/2}$  vers la couche  $S_{1/2}$  deviennent possibles. Les polarisations (2.2) deviennent nulles compte tenu des probabilités (2.1). L'énergie des photons doit donc être strictement inférieure à  $E_{gap} + \Delta E$  et supérieure à  $E_{gap}$ . Cette énergie correspond à des photons de longueur d'onde comprise entre 690 et 850 nm (à CEBAF elle est de 780 nm soit une énergie de 1.59 eV [6] et [54]).

Les électrons peuplant la bande de conduction doivent diffuser dans le vide pour être accélérés. Or l'affinité électronique de l'AsGa est de 4 eV. Afin de s'affranchir de cette barrière, on rajoute une couche de Césium sur la surface de l'AsGa, diminuant ainsi son affinité électronique jusqu'à -0.4 eV. Après cette étape, on arrive à environ 42% de polarisation.

Pour obtenir une polarisation supérieur à 50%, on utilise de l'arséniure de Gallium contraint ( $AsGa_{72\%}P_{28\%}$ ) qui permet de lever la dégénérescence de la couche  $P_{3/2}$  et d'obtenir un polarisation théorique de 100% [2]. L'ajout de Phosphore permet de déformer la structure cristalline de l'arséniure de Gallium.

## 2.2.2 Renversement de la polarisation

Toute expérience de violation de la parité est basée sur un renversement rapide et fréquent de l'hélicité du faisceau. Afin de changer l'hélicité des électrons, on agit sur la source lumineuse en renversant la polarisation des photons. Le renversement s'opère au niveau du laser par l'intermédiaire d'une cellule de Pockels. Une cellule de Pockels est composée d'un cristal bi-axe dont chacun des indices optiques dépend de la tension électrique auquel on le soumet. Si une onde plane de polarisation rectiligne arrive sous incidence normale sur une telle lame, l'onde transmise est polarisée elliptiquement. Il existe une tension  $V^+ \approx 2.6kV$  (resp.  $V^-$ ) pour laquelle la cellule de Pockels se comporte comme une lame quart d'onde. Lorsqu'une lumière incidente est polarisée rectilignement à  $45^\circ$ , l'onde transmise est polarisée circulaire droit pour  $V^+$  et gauche pour  $V^-$ . Le temps de renversement de l'hélicité dépend de la vitesse de basculement de la cellule ainsi que temps nécessaire pour que le cristal retrouve un état

d'équilibre (typiquement  $100 \mu s$ ). Pour limiter les effets systématiques, le renversement de l'hélicité entre les deux états d'hélicité est le plus rapide possible. Ainsi on limite les fausses asymétries qui résulteraient d'une variation de paramètres du faisceau qui serait corrélée à l'hélicité.

### 2.2.3 Période d'acquisition et de renversement de l'hélicité

La période d'acquisition ainsi que la période de renversement de l'hélicité du faisceau (période de renversement de la cellule de Pockels) sont un multiple de la période du secteur nord américain :

$$T_{ac} = 2T_{NAsecteur} = 2 \frac{1}{60} s = 33.3 ms \quad (2.3)$$

La période  $T_{ac}$ , appelée MPS pour Macro Pulse, est la somme de deux périodes (cf. figure 2.3) :

- une période courte (typiquement  $500 \mu s$ ) au cours de laquelle la polarisation des photons est renversée, et la cellule de Pockels doit se stabiliser (notée  $T_{settle}$ )
- et une partie appelée  $T_{stable}$  dans laquelle la cellule de Pockels est stable. La période  $T_{stable}$  vaut exactement  $1/30^e s = 33.333 ms$  grâce à un oscillateur à quartz.

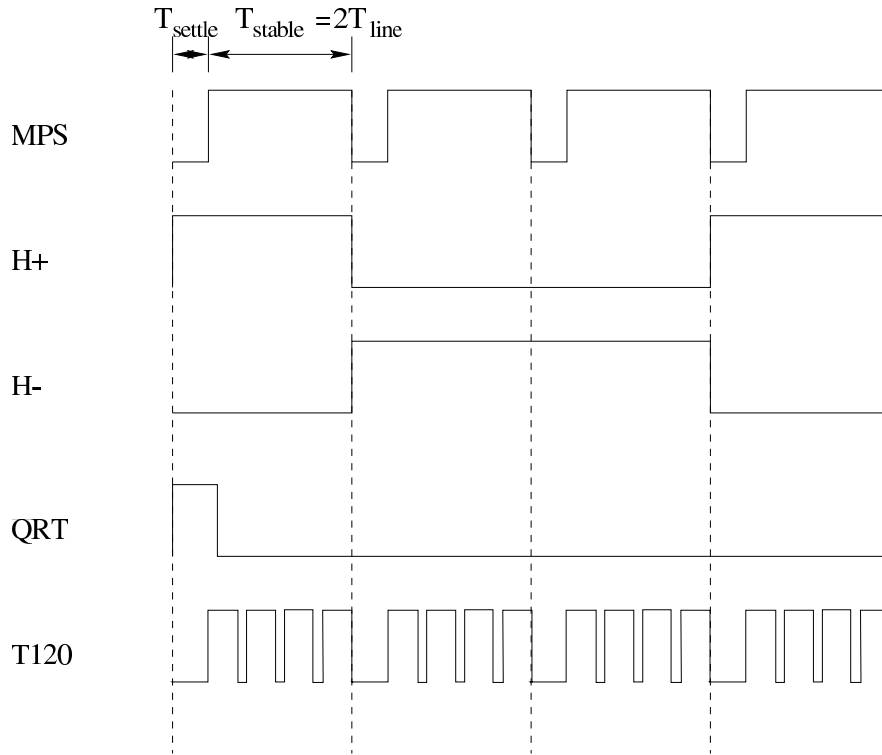


FIG. 2.3 – Schéma de la structure en temps pour les changements d'hélicité.

On retrouve le signal MPS,  $H^+$  et  $H^-$  sont les signaux pour les hélicité plus et moins. Le signal du quartet se note QRT et T120 est le signal du 120 Hz L'hélicité est tirée de manière pseudo-aléatoire

par quartet et non par doublet. Ceci dans le but d'éliminer toute dérive linéaire, ce qui n'est pas le cas lors d'un tirage par doublet. Le signal de l'hélicité est généré par paire (+ – ou – +) de façon pseudo-aléatoire, auquel se rajoute le complément (– + ou + –) de manière à générer un quartet : + – – + ou – + + –.

Le signal T120 correspond à un signal dont la fréquence fait 4 fois celle du MPS. Ce signal sert à mesurer une éventuelle composante à 60 Hz dans les paramètres du faisceau.

## 2.2.4 Accélération des électrons

L'accélérateur CEBAF est constitué de deux accélérateurs linéaires (LINAC pour LINear ACcelerator), composé chacun de 160 cavités radiofréquence supraconductrices, pour permettre d'accélérer les électrons en leur fournissant une énergie maximale de l'ordre de 600 MeV à chaque passage. Entre chaque LINAC, le faisceau est dévié de 180° dans un arc de recirculation. Le faisceau recircule ainsi plusieurs fois avant d'atteindre un des 3 Halls expérimentaux avec une énergie finale comprise entre 800 MeV et 6 GeV. Un injecteur à 18 cavités permet d'accélérer les électrons jusqu'à 45 MeV avant injection dans le premier LINAC. A la fin de la dernière accélération dans le second LINAC, des séparateurs radiofréquence de 499 MHz permettent de distribuer le faisceau dans les 3 Halls expérimentaux. L'énergie obtenue dans chaque Hall expérimental peut être différente. Elle est donnée par la formule :

$$E_{inc} = NE_{cycle} + E_{injecteur} \quad (2.4)$$

où  $E_{cycle}$  est l'énergie gagnée par les électrons pour un tour, N est le nombre de tours et  $E_{injecteur}$  vaut 45 MeV.

## 2.2.5 Filtre de Wien

La source polarisée génère des électrons polarisés longitudinalement. Or, le transport des électrons jusqu'aux Halls expérimentaux, nécessite un grand nombre d'éléments magnétiques dont l'effet est de faire tourner le spin des électrons, ce qui conduit à une diminution de la polarisation du faisceau. Afin d'ajuster le spin des électrons, on peut appliquer un champ magnétique qui aura pour effet de le faire précesser dans un plan perpendiculaire au champ magnétique. La précession est donnée par :

$$\eta = \frac{g-2}{2} \frac{e}{p} \gamma \int B dl \quad (2.5)$$

où g est le rapport gyromagnétique de l'électron, e sa charge et p son moment. En faisant varier le champ magnétique, on peut contrôler la précession du spin. Or l'application d'un champ magnétique a aussi pour effet de défléchir le faisceau. Pour corriger cette courbure, on applique un champ électrique de sorte à annuler la force de Lorentz appliquée aux électrons :

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \frac{\vec{\beta}}{c} \wedge \vec{B} \right) \quad (2.6)$$

Pour changer l'orientation d'un spin dans les accélérateurs, on utilise un filtre de Wien, dispositif contenant un champ électrique et un champ magnétique statiques et perpendiculaires entre eux. En sortie du filtre, le spin des électrons aura précessé tandis que leur impulsion reste inchangé.



## 2.3 Moniteurs de faisceau

Dans une mesure d'asymétrie, il est important de connaître l'état du faisceau dans chaque état d'hélicité pour être sûr que l'asymétrie que l'on mesure n'est pas la conséquence de changements systématiques de l'état du faisceau corrélée à l'hélicité des électrons. Il existe dans ce but plusieurs moniteurs sur la ligne de faisceau de  $G^0$  pour mesurer en permanence la position du faisceau ainsi que son intensité.

### 2.3.1 Les BPM (Beam Position Monitor)

Afin de connaître précisément la position du faisceau, on utilise des cavités résonnantes appelés BPM (pour Beam Position Monitor) qui sont placées dans la ligne du faisceau. Afin que les électrons excitent les modes transversaux électromagnétiques ou TM, sensibles à la distance des électrons par rapport à l'axe du faisceau, on ajuste la fréquence de résonance de la cavité à celle de l'accélérateur. Une fois ces modes TM excités, on les détecte grâce à quatre antennes placées symétriquement par rapport à l'axe du faisceau. Pour avoir la position du faisceau, on calcule le centroïde des 4 électrodes placés dans le deux plans perpendiculaires entre eux.

$$X'_{pos} = \frac{X'_+ - X'_-}{X'_+ + X'_-} \quad (2.7a)$$

$$Y'_{pos} = \frac{Y'_+ - Y'_-}{Y'_+ + Y'_-} \quad (2.7b)$$

La précision de la mesure est d'environ  $100 \mu m$ .

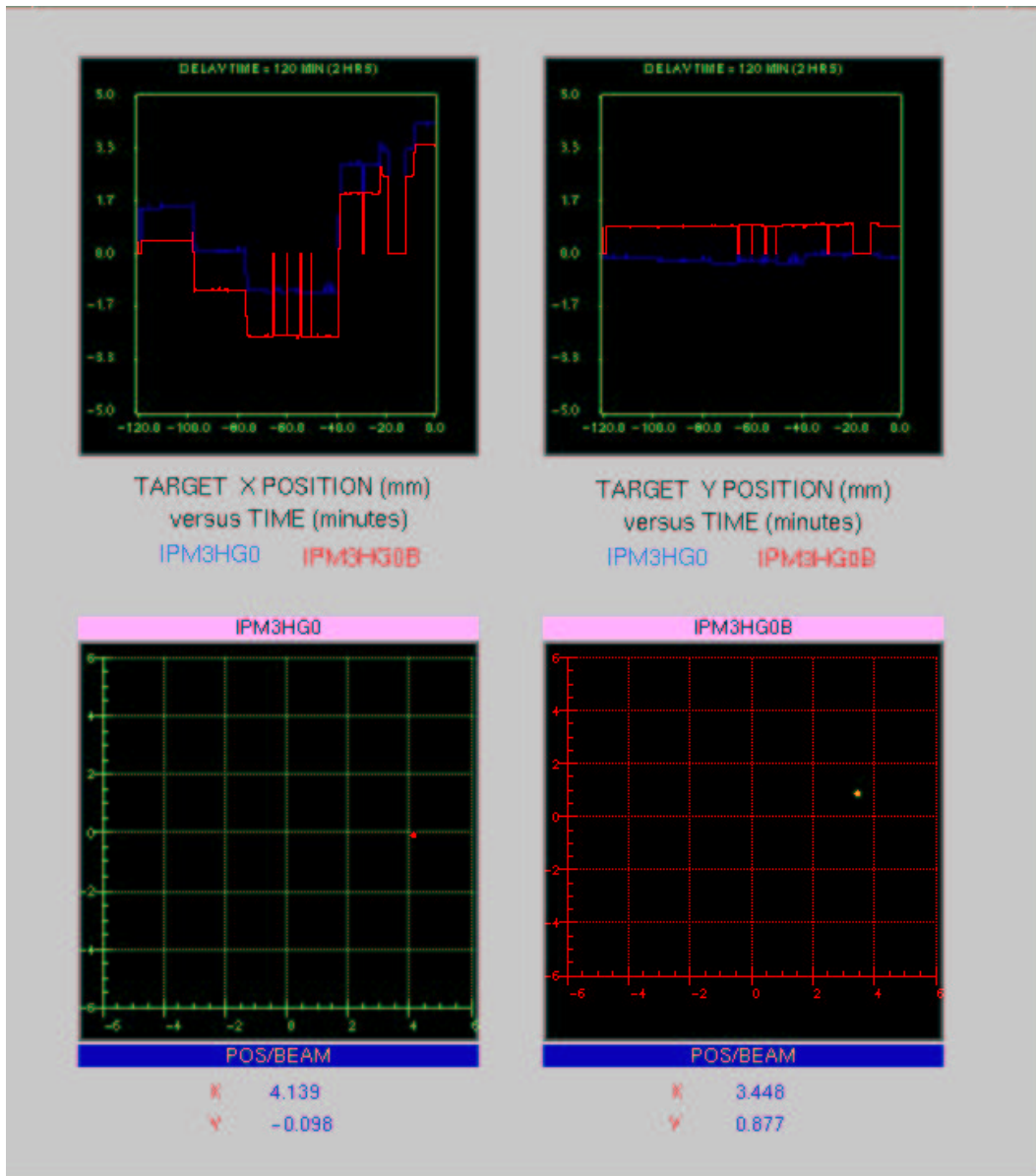


FIG. 2.4 – Moniteur donnant l'évolution de la position du faisceau

### 2.3.2 Les BCM (Beam Current Monitor)

Fonctionnant sur le même principe que les BPM, les moniteurs de courant ou BCM utilisent aussi des cavités résonnantes. Un couplage au mode  $T_{010}$  transversal de résonance permet d'être sensible à l'intensité du faisceau. La mesure est faite en se couplant à la partie magnétique de la résonance. Une calibration est nécessaire pour avoir une mesure absolue de l'intensité. En réalité, il existe deux BCM qui sont chacun sensibles à des régimes d'intensité différents ( $0-20 \mu A$ ) et ( $20-40 \mu A$ ). Les positions sur la ligne de faisceau des moniteurs d'intensité ainsi que les moniteurs de position sont représentées sur la figure 2.5, avec :

- en violet : le BMC. Ce sont des bobines (au nombre de 6), permettant de moduler la position et l'angle du faisceau sur la cible.
- en vert : les BPM
- en rouge : SH (superharp) est une seconde méthode de mesure de la position du faisceau. Ce dispositif utilise trois fils de tungstène, qui balayent la région du faisceau à l'aide d'un moteur. Le courant mesuré permet de connaître leur distance au faisceau donc sa position.
- en turquoise : les BCM
- en noir : le "Fast Raster" permettant d'agrandir la taille du faisceau sur la cible (de l'ordre de  $2 \times 2 \text{ mm}^2$  pour éviter un échauffement local trop important)
- en bleu : une cavité micro-ondes pour la mesure de la position en x et y ainsi que le monitoring de la charge.

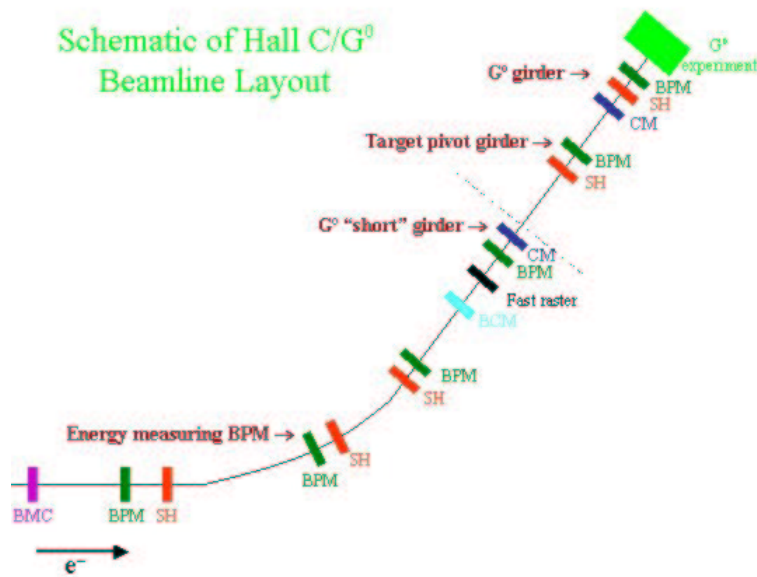


FIG. 2.5 – Schéma de la ligne de faisceau de  $G^0$  [36]

## 2.4 La mesure aux angles avant

Le détecteur  $G^0$  se trouve dans le Hall C de TJNAF représenté sur le schéma 2.6. On y distingue les deux positions : dans l'axe du faisceau (pendant l'expérience) ou en position de repos (sur la gauche du faisceau incident)

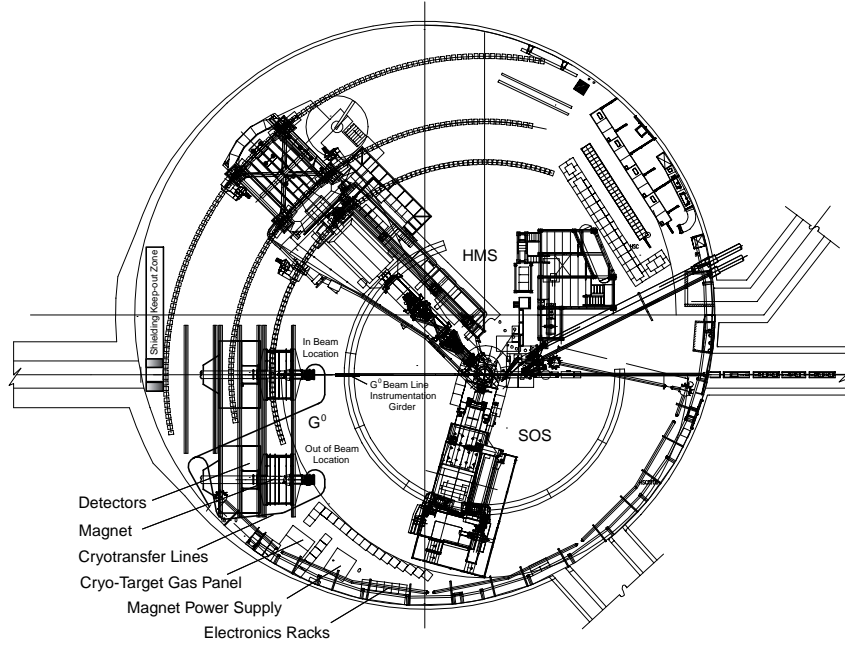
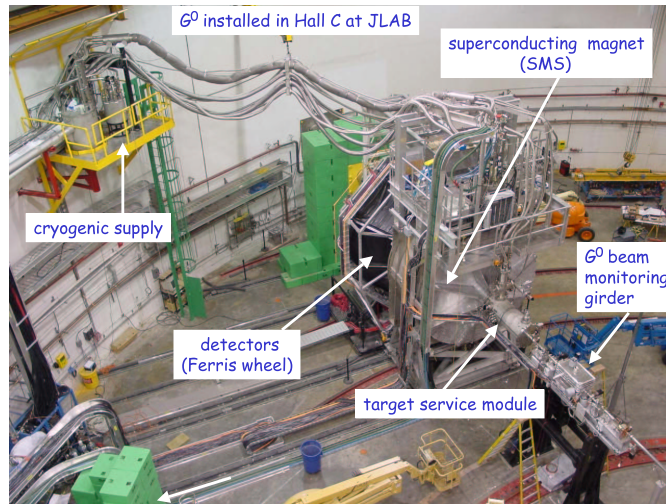


FIG. 2.6 – Schéma d'ensemble du Hall C

L'ensemble du détecteur  $G^0$  a fonctionné et pris des données pendant le run de démarrage (ou “commissioning”).

FIG. 2.7 – Photo représentant le détecteur  $G^0$  installé dans le Hall C.

### 2.4.1 Le spectromètre $G^0$

Pour la mesure aux angles avant, les électrons sont diffusés à petit angle ( $5^\circ < \theta_e < 25^\circ$ ), et le proton de recul diffuse à  $48^\circ < \theta_p < 78^\circ$ . L'expérience  $G^0$  fut conçue dans le but d'avoir la plus grande

acceptance de détection possible, et dans ce but, dans la phase aux angles avant, le proton de recul, est détecté. La raison principale pour laquelle on ne détecte pas l'électron dans la phase aux angles avant est que le taux de comptage provenant du bruit de fond serait trop élevé. L'angle solide pour la détection des protons aux angles avant est de 1.63 sr.

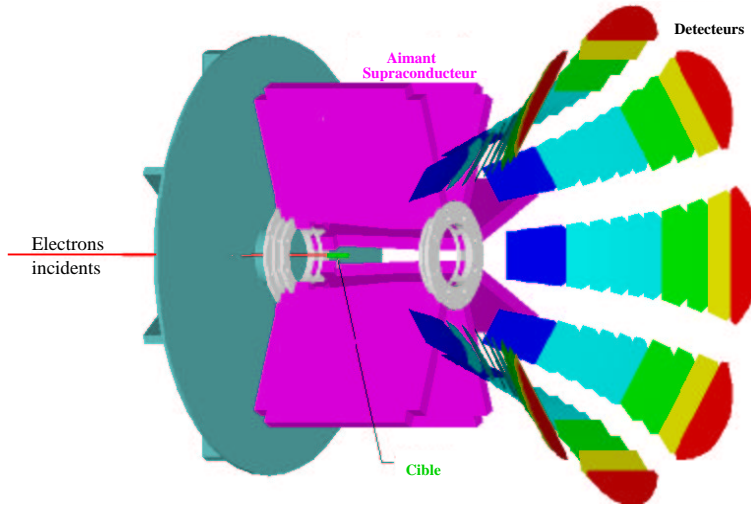


FIG. 2.8 – Schéma d'ensemble du spectromètre  $G^0$  dans la phase aux angles avant

La détection des protons est segmentée en 16 paires de scintillateurs correspondant chacun à un  $Q^2$  donné. L'énergie incidente est fixée à 3 GeV et dans ce cas, l'énergie du proton correspond à une valeur de quadri-moment transféré dans l'intervalle  $0.12 \leq Q^2 \leq 1.0 \text{ (GeV/c)}^2$ . Le spectromètre  $G^0$  est divisé en 8 secteurs distincts ou octants (voir la figure 2.8).

### Les éléments du détecteur $G^0$

L'ensemble détecteur-aimant possède une symétrie cylindrique autour de l'axe du faisceau. Ceci a pour conséquence de minimiser les effets systématiques dus à la différence pour chaque état d'hélicité de la position transverse du faisceau. Le champ magnétique est en tout point orthogonal à l'axe du faisceau et il est nul à l'intérieur d'un cylindre contenant la cible, évitant ainsi aux électrons d'être déviés. En prenant des trajectoires de proton de recul initialement parallèles entre elles, il est possible de construire une surface à partir des points de rencontre des trajectoires. Cette surface porte le nom de plan focal, plan sur lequel sont disposés les détecteurs permettant de mesurer le temps de vol des particules. L'aimant est composé de 8 bobines toroïdales également espacées, et l'ouverture entre deux bobines adjacentes correspond à un octant. Une bobine est composée de 144 spires d'un câble de Niobium qu'on a placé dans une matrice de cuivre dont la section fait  $10\text{mm}^2$ . Pour être supraconductrices, les bobines sont refroidies à une température de 2 K par de l'hélium-4 liquide. Les particules de charge positives sont déviées vers le spectromètre (protons,  $\pi^+$ ). Pour un angle d'émission du proton de recul, le point d'impact sur le plan focal ou le détecteur est indépendant du point d'interaction sur

la cible. Dans la phase aux angles avant, le courant à l'intérieur des bobines est de 5000 A, générant un champ magnétique de 1.6 T.m.

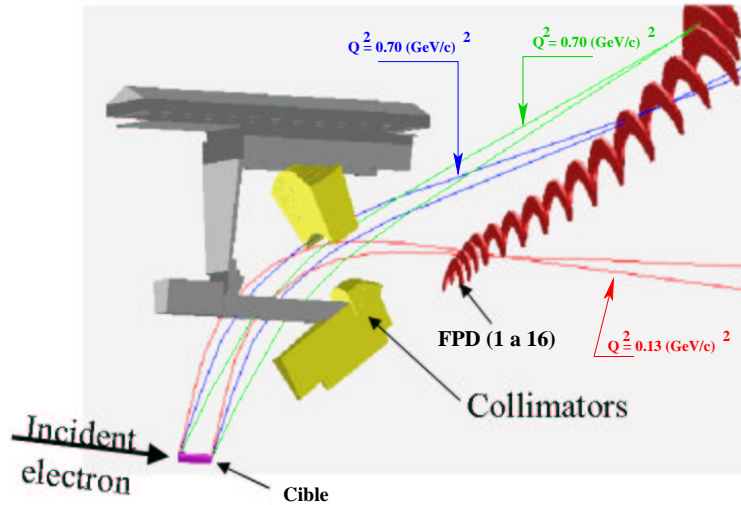


FIG. 2.9 – Différentes trajectoires suivies par les protons élastiques entre leur diffusion dans la cible et leur détection sur les scintillateurs

Pendant le run de démarrage, l'aimant a fonctionné pendant toute une période à une intensité de 4500 A, puis au cours des dernières semaines du 1<sup>er</sup> commissioning en janvier 2003, la valeur nominale de 5000 Ampères a été atteinte et tenue. Dans le but de réduire un maximum les produits inélastiques (pions et protons), une série de trois collimateurs couplée au champ magnétique, permet de définir l'acceptance du détecteur  $G^0$  et d'éviter une vue directe entre la cible et les scintillateurs. Ceci a pour effet de réduire le taux de comptage des particules neutres ( $\gamma$  et neutrons), ainsi qu'une partie des protons inélastiques (issus des réactions inclusives mettant en jeu un proton en voie de sortie). Les collimateurs, formés de plomb (afin de ne pas modifier le champ magnétique, les éléments de détection ne contiennent pas d'élément ferromagnétique) baignent avec l'ensemble du spectromètre dans un cryostat maintenant le tout à une température de 4.5 K. Nous pouvons voir l'effet des collimateurs au travers une simulation avec G0-GEANT (figure 5.6) dans le chapitre 5.

## Les détecteurs

Pour chacun des 8 secteurs définis par les bobines supraconductrices, le système de détection est composé de 16 paires de scintillateurs prolongées par des guides de lumière de dimensions variables permettant aux photons d'accéder aux photomultiplicateurs. Afin d'éloigner les photomultiplicateurs du champ magnétique, les guides de lumière sont très longs (jusqu'à 1.80 m) pour les petits détecteurs (un blindage est aussi nécessaire à la protection des photomultiplicateurs contre le champ magnétique). La forme des scintillateurs a été choisie afin d'épouser les courbes d'iso- $Q^2$  donnée pour le



champ magnétique de  $G^0$  pour des protons élastiques. La forme des scintillateurs a été déterminée d'après un programme permettant de calculer précisément les trajectoires des protons élastiques dans le champ magnétique de  $G^0$  [41] et [53].

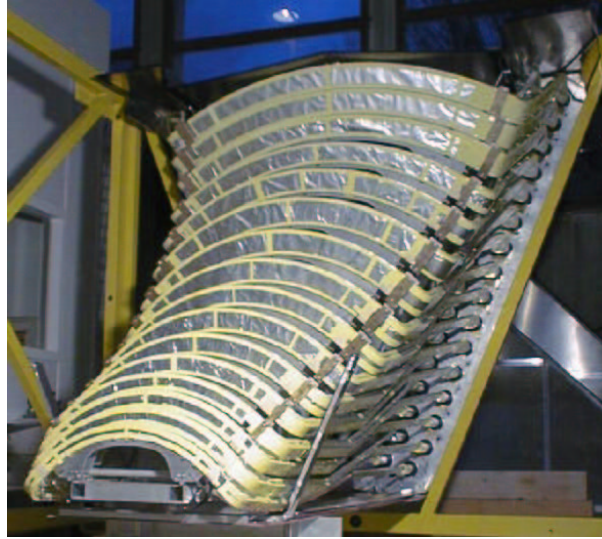


FIG. 2.10 – Photo d'un octant français contenant 16 paires de scintillateurs

Un détecteur élémentaire est constitué d'une paire de scintillateurs appelés scintillateurs "front" et "back" (pour avant et arrière). Les scintillateurs avant et arrière sont séparés par une plaque d'aluminium dans le but de réduire le bruit de fond provenant des particules neutres : neutrons et photons de basse énergie.

Chaque scintillateur comporte un photomultiplicateur à chacune de ses extrémités, donc un détecteur élémentaire compte 4 photomultiplicateurs.

Les photomultiplicateurs sont des XP2282 de la compagnie Photonis [29], et la base a été développée par le LPSC-Grenoble. Chaque base possède un gain de 10 intégré dans le but d'augmenter le temps de vie du photomultiplicateur en diminuant le courant émis par l'anode. La résistance des bases de photomultiplicateurs aux radiations a été testée avec succès sous irradiation jusqu'à  $7.1 \cdot 10^{14}$  neutrons de 6 MeV.



FIG. 2.11 – Photo d’une base de photomultiplicateur français

### 2.4.2 La cible d’hydrogène liquide

Dans la phase aux angles avant, l’expérience  $G^0$  utilise une cible cryogénique d’hydrogène liquide ( $LH_2$ ). La densité de l’hydrogène liquide est d’environ  $0.07 \text{ g/cm}^3$  à une température de 19 K. L’expression de la luminosité peut être déduite des équations B.3 et B.4 de l’annexe ?? :

$$\mathcal{L} = N_{inc} \frac{\rho d}{A} \mathcal{A} \quad (2.8)$$

$\rho$  la densité de la cible en  $\text{g.cm}^{-3}$ ,  $d$  sa longueur en cm,  $N_{inc}$  le nombre d’électrons incidents et  $\mathcal{A}$  le nombre d’Avogadro. La luminosité est donc proportionnelle au produit :

$$\mathcal{L} \propto I \rho d \quad (2.9)$$

où  $I$  est l’intensité du faisceau. Donc pour avoir une grande luminosité,

- la cible doit être étendue : la cible de  $G^0$  fait 20 cm de longueur,
- la densité de la cible doit être élevée : à  $G^0$  on utilise le l’hydrogène liquide plutôt que gazeux,
- L’intensité du faisceau doit être élevée : le faisceau de  $G^0$  fait  $40\mu\text{A}$ .

Pour l’expérience  $G^0$ , la luminosité est de l’ordre de  $10^{38} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Notons que l’intensité du faisceau ne doit pas être trop élevée pour éviter de faire “bouillir” le  $LH_2$ . Le faisceau dépose environ 250W dans la cible et pour éviter une surchauffe, on utilise un fast raster qui consiste à balayer rapidement le faisceau sur la cible. Lors de la coupure du faisceau, le système de refroidissement continue à fonctionner. Or les 250 W ne sont plus fournis par le faisceau et donc la température de la cible risque de chuter très rapidement. Afin d’éviter la solidification de l’hydrogène liquide de la cible (en dessous de 14 K), on réchauffe d’hydrogène avec une résistance auxiliaire (“High Power Heater”).



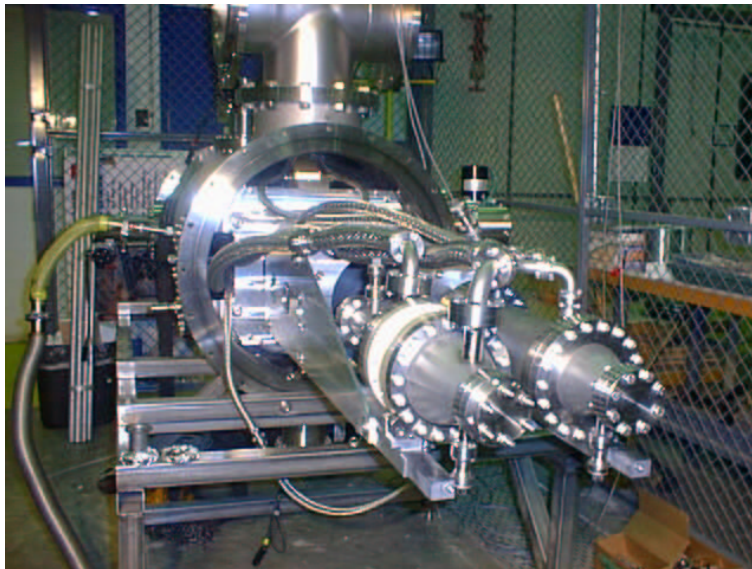


FIG. 2.12 – Cible cryogénique d'hydrogène liquide de  $G^0$

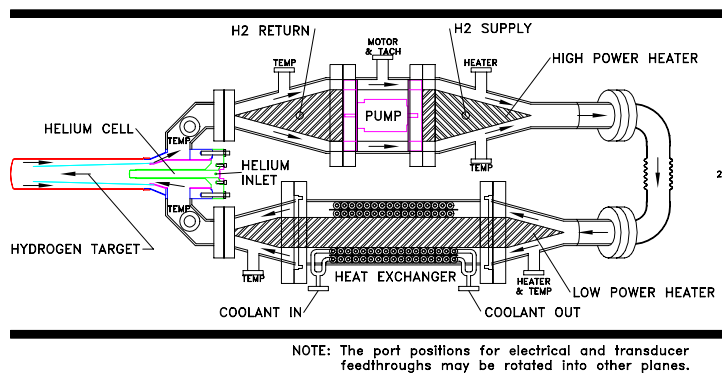


FIG. 2.13 – Schéma d'ensemble de la cible cryogénique d'hydrogène liquide de  $G^0$

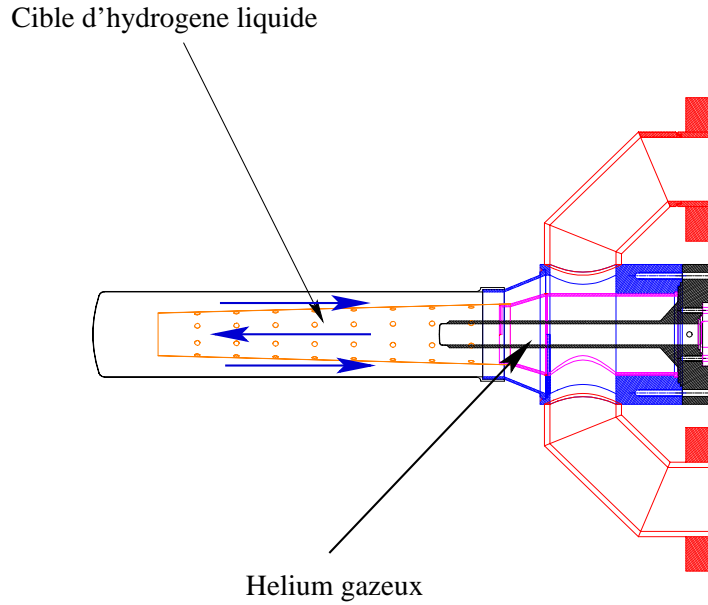


FIG. 2.14 – Schéma de la cible cryogénique d'hydrogène liquide de  $G^0$

L'hydrogène liquide fait pression contre les parois en aluminium, et sans pression pour la contrebalancer, les parois d'aluminium risquent de se déformer et d'introduire des effets systématiques sur la longueur de la cible. Pour éviter ceci, un doigt d'hélium gazeux (insert) contrebalance la pression de l'hydrogène liquide sur la paroi d'entrée. Avec cette méthode les deux parois d'aluminium d'entrée et de sortie de la cellule d'hydrogène gardent la même courbure assurant une longueur égale pour la cible quel que soit le point d'entrée des électrons.

### 2.4.3 La structure en temps du faisceau de $G^0$

Dans le but de séparer les protons élastiques du fond inélastique constitué de  $\pi^+$  ainsi que de protons inélastiques, une mesure du temps de vol des particules entre la cible et les détecteurs est réalisée. Typiquement, un proton met autour de 20 ns pour aller de la cible jusqu'aux scintillateurs, et un  $\pi^+$  met 8 ns. Le faisceau de CEBAF a une fréquence nominale de 499 MHz, qui correspond à l'émission des paquets d'électrons toutes les 2 ns. La fréquence est donc ramenée à 31.2 MHz, ce qui correspond à l'envoi des paquets d'électrons toutes les 32 ns en supprimant 15 paquets d'électrons sur 16. Une électronique spécifique a été développée dans le but de traiter les signaux issus des photomultiplicateurs et de construire les spectres en temps de vol (elle est étudiée dans le chapitre 3).



# Chapitre 3

## Électronique associée à l'expérience $G^0$

### 3.1 Introduction

La création d'une électronique d'acquisition prenant potentiellement en charge le traitement des données tient compte des besoins expérimentaux. La grandeur à déterminer est une asymétrie de taux de comptage dans la diffusion élastique. La forme des détecteurs élémentaires (paire de scintillateurs) détermine la valeur du quadrimoment associé à l'asymétrie mesurée. La méthode utilisée afin d'identifier les protons est une mesure de temps de vol des particules entre la cible et les scintillateurs. Comme il est décrit dans le chapitre 5, outre les protons élastiques, d'autres particules sont détectées notamment des pions et des protons inélastiques. Selon les simulations faites avec GEANT et confirmées par les données des tests de mise en service ou commissionning, il est possible de séparer par le temps de vol, une partie des contributions inélastiques (pions et protons inélastiques) qui constituent le bruit de fond.

Le but de  $G^0$  est de mesurer des asymétries de l'ordre du ppm ( $10^{-6}$ ), avec une erreur statistique de quelques %, ce qui impose des statistiques très importantes ( $\simeq 10^{13}$  protons élastiques cumulés dans chaque détecteur). L'électronique de  $G^0$  doit donc permettre de traiter très rapidement les données vu l'ampleur des débits pour chaque détecteur (quelques MHz). Un examen des autres expériences de violation de la parité, HAPPEX, SAMPLE et PVA4, montre que les électroniques d'acquisition sont de deux types :

- HAPPEX et SAMPLE intègrent pour les détecteurs la charge des signaux analogiques pendant chaque état d'hélicité. Cette méthode permet de s'affranchir des pertes dues au temps mort, mais rend difficile les coupures destinées à éliminer le bruit de fond inélastique, parce que l'on ne peut pas suivre les particules de façon individuelle.
- L'expérience PVA4 permet de connaître événement par événement l'énergie des électrons élastiques afin de faire des coupures en énergie pour se débarrasser de la pollution inélastique. L'inconvénient pour PVA4 est le temps mort qui limite le taux de comptage. L'expérience  $G^0$  se situe dans la même catégorie que PVA4 pour le traitement événement par événement des données.

Deux types d'électronique ont été développées indépendamment par les collaborations américaines et françaises. Nos collègues américains ont développé un système basé sur l'utilisation de modules commerciaux complétés par des modules ad hoc dont, par exemple, des circuits intégrés d'échelles

ASICS développées au LPSC-Grenoble. Le groupe français d'Orsay a privilégié une approche entièrement intégrée beaucoup plus compacte.

La carte DMCH-16X a été développée dans le but de coder et de créer des histogrammes en temps de vol pour des forts taux de comptage allant jusqu'à 4 MHz par détecteur. Cette électronique se distingue par 5 caractéristiques :

- un codage en continu,
- le début du temps de vol contrôlé de façon implicite ou bien explicite,
- précision du codage en temps de vol (250 ps / canal),
- une grande capacité pour créer des histogrammes,
- une électronique compacte.

Un module DMCH-16X est composé d'une carte mère DMCH supportant une série de modules :

- 2 codeurs de temps traitant chacun 8 voies moyennant de temps (plus une voie pour des tests),
- 16 cartes-fille contenant 2 discriminateurs et 1 moyennant de temps afin de traiter les signaux venant de 32 photomultiplicateurs,
- 4 processeurs frontaux (DSP) pour créer des histogrammes et un cinquième "concentrateur" pour collecter l'information qui en ressort,
- 1 carte-fille S-DMCH contenant des échelles, ainsi qu'un 6<sup>ème</sup> processeur.
- 4 boîtiers logiques programmables.

Les modules DMCH-16X sont au standard VXI.

D'autre part, il existe une carte appelée l'interface box (ou IB) permettant de faire l'interface entre les signaux extérieurs (machine, laser, ...) et l'ensemble des cartes DMCH-16X par l'intermédiaire du bus VXI.

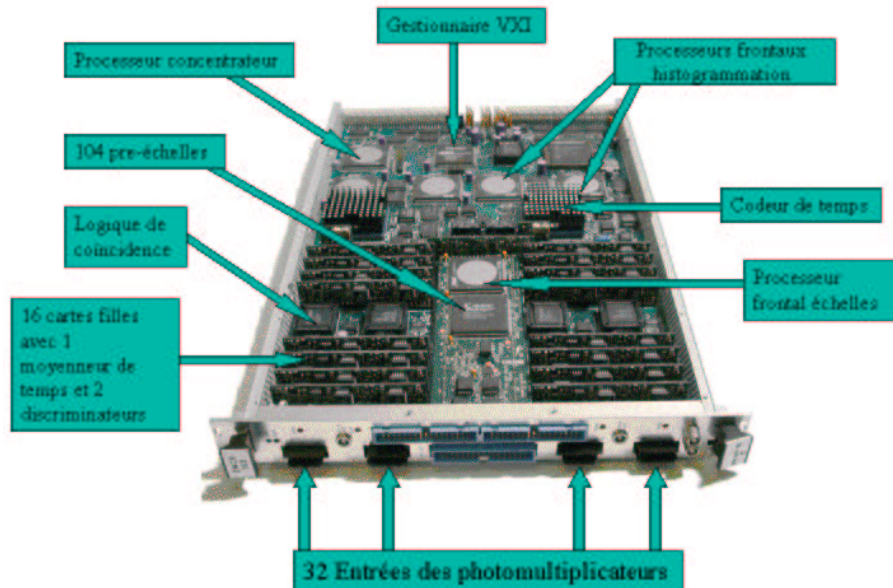


FIG. 3.1 – Carte DMCH-16X

### 3.1.1 Quelques définitions

Il nous faut définir certains termes et principes inhérents à la carte DMCH-16X.

#### Définition du MacroPulse (ou MPS)

Le MPS ou Macro Pulse est l'intervalle de temps au bout duquel l'hélicité du faisceau est renversée de manière aléatoire. Sa fréquence a été fixée à la moitié de celle du secteur américain (afin d'éviter un quelconque couplage au 60 Hz) soit à 30 Hz. Chaque période de  $1/30^{ime}$  de seconde est séparée par une durée de 500  $\mu$ s pendant laquelle l'hélicité des électrons est renversée de manière aléatoire.

#### Spectre en temps de vol

Les spectres en temps de vol sont constitués par les DSP sur 128 canaux de 250ps, soit 32 ns au total. Comme indiqué plus haut, le START est donné par le signal YO lié à l'arrivée du faisceau sur la cible.

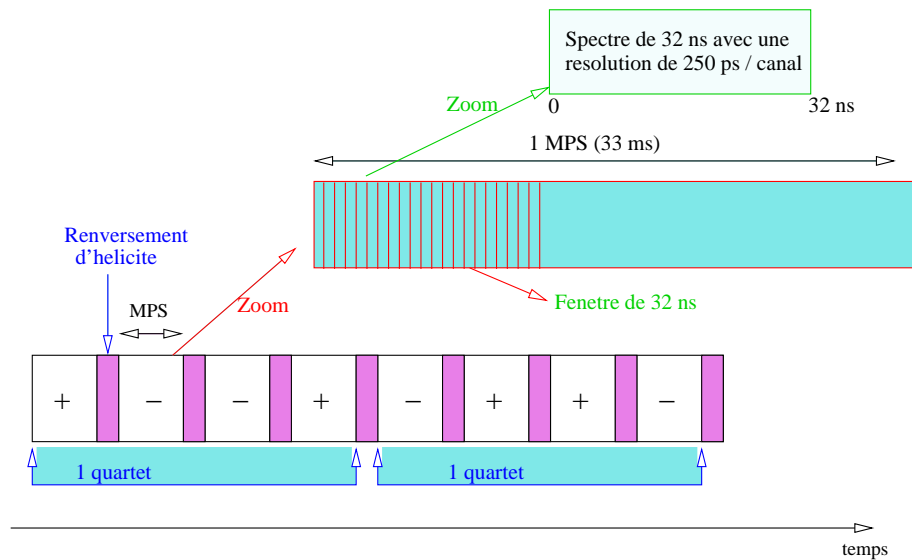


FIG. 3.2 – Structure en temps des signaux dans la DMCH-16X

#### Temps mort

Le temps mort est la durée minimale séparant deux événements pouvant être détectés séparément. Chaque élément de la chaîne allant du discriminateur au codeur de temps a un temps mort. Le couple discriminateur -moyenneur de temps possède un temps mort intrinsèque de l'ordre de 32 ns soit environ la largeur de la fenêtre temps de vol de 128 canaux. Le temps mort du codeur de temps est petit comparé à celui des moyenneurs de temps ou des discriminateurs. Le temps mort global est

donné par le max des temps morts des différents éléments de la DMCH-16X, c'est à dire par le couple discriminateur -moyenneur de temps.

### Le mode NPN

L'acquisition des données peut se faire suivant deux modes, avec ou sans NPN (Next Pulse Neutralization). Le NPN consiste schématiquement à bloquer l'acquisition pendant les 32 ns du pulse qui suit celui où une particule a été détectée. Ceci induit un temps mort plus grand que celui mesuré en acquisition libre, variable mais connu. En mode NPN, le temps mort est variable car il dépend du temps auquel la particule a été détectée pendant une période de 32ns. L'acquisition en mode NPN conduit à une inefficacité de 3% environ correspondant à la probabilité d'avoir à une fréquence de 1 MHz un évènement dans 2 micropulses consécutifs de 32ns.

### Les césures

Nous définissons deux césures :

- la césure aval ou CAVAL qui détermine la fin du NPN ;
- la césure amont ou CAMONT correspond au dernier canal pour lequel le début du pulse suivant est détecté par l'électronique gérant le NPN. Pour le canal suivant, l'électronique se cale sur le pulse suivant introduisant 32 ns de temps mort supplémentaire.

Le NPN consiste à avoir un temps mort connu et supérieur à celui du couple discriminateur -moyenneur de temps. Si une particule arrive entre CAMONT et CAVAL, le temps mort sera donc jusqu'à la CAVAL suivante.

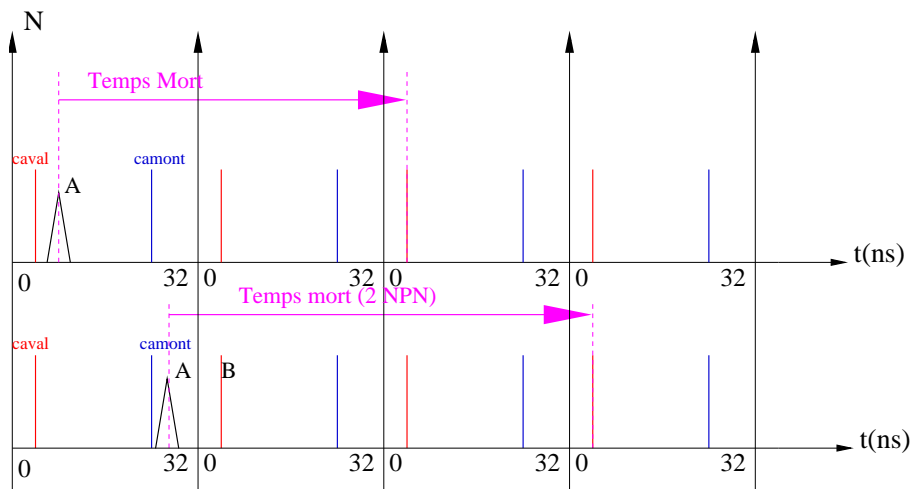


FIG. 3.3 – Rôle des césures dans l'évaluation du temps mort

## **L'EPLD-TRIG**

La logique de la DMCH-16X concernant les modes d'acquisition et la coïncidence des moyenneurs de temps avant et arrière est prise en charge par un "boîtier programmable", l'EPLD-TRIG. Celui-ci permet notamment d'activer ou de désactiver le mode NPN, ainsi que de sélectionner la largeur de la fenêtre de coïncidence entre 2 valeurs possibles : 7 ns et 11 ns.

## **LE G-DMCH**

La DMCH-16X possède un générateur interne, dont l'amplitude peut être contrôlée, permettant de mesurer les différentes fonctionnalités de la carte (seuils, ...).

## **Le standard VXI : Vme eXtensions for Instrumentation**

La norme VXI est basée sur la norme VME qu'elle inclut totalement. On a ajouté ce qui manquait au VME pour en faire un bon standard d'instrumentation : elle allie les avantages d'un bus informatique asynchrone multiprocesseur aux qualités nécessaires à l'utilisation de modules analogiques (qualité des alimentations, compatibilité électromagnétique,...).

Mécaniquement, un châssis VXI ressemble à un châssis VME, en plus robuste. Il comporte 13 emplacements. Les modules VXI sont plus larges que les modules VME, ce qui permet une intégration beaucoup plus grande.

## **3.2 Architecture des cartes DMCH-16X**

Afin de bien comprendre l'utilité de chaque élément de la carte DMCH-16X, considérons un proton touchant une paire de scintillateurs. Lors de sa traversée d'un scintillateur, le proton crée une multitude de photons qui se dirigent vers les photomultiplicateurs qui se trouvent de part et d'autre. Ceux-ci convertissent les photons en signaux électriques caractéristiques qui arrivent chacun à l'entrée d'une des voies de la DMCH-16X, qui en comporte 32. Une vue générale de l'électronique est donnée figure 3.1. Une Carte DMCH-16X compte 32 voies d'entrée et peut donc traiter un demi octant.

### **3.2.1 Les discriminateurs à fraction constante**

Le signal des photomultiplicateurs arrive dans les discriminateurs avec une amplitude qui varie selon l'énergie déposée dans les scintillateurs. Afin que le temps où le discriminateur se déclenche ne dépende pas de cette variation d'amplitude, les discriminateurs sont du type à fraction constante. En effet, ce module permet, grâce à un seuil, de filtrer le bruit de fond dû à l'électronique et de ne garder que les signaux provenant de l'interaction d'une particule avec un détecteur. Il permet également d'obtenir une référence en temps. Ce type de prise de temps est adapté à des signaux homothétiques



entre eux (d'amplitude variable, mais de même forme). Le principe est de prendre pour référence en temps l'instant où le signal a atteint une certaine fraction de sa hauteur.

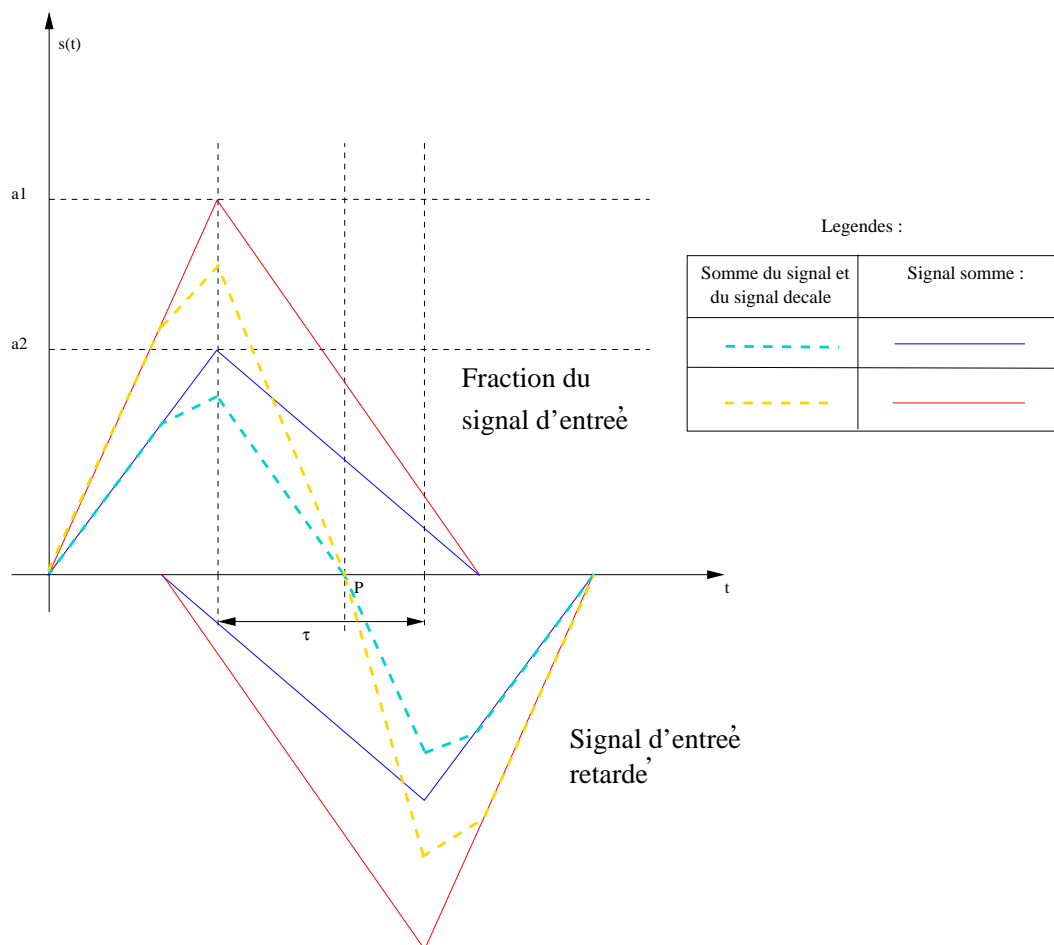


FIG. 3.4 – Principe du discriminateur à fraction constante : on cherche le point d'intersection du signal  $s(t)$  et du signal décalé  $s(t-\tau)$ . La position de ce point d'intersection ne dépend pas de l'amplitude des signaux.

### 3.2.2 Les moyeneurs de temps

Les scintillateurs de  $G^0$  ont des longueurs allant de 40 cm (détecteur 1) jusqu'à 120 cm (détecteurs 15 et 16). Le temps de transit des photons dans le scintillateur dépend de la position du point d'impact, selon qu'il soit plus ou moins proche d'un des deux photomultiplicateurs qui lui sont rattachés. Cette différence de propagation dans les scintillateurs peut dépasser 10 ns ( $10^{-8}$  s), et doit donc être corrigée. Pour cela, nous utilisons des moyeneurs de temps ("mean-timers") analogiques dont la plage de compensation a été fixée à 17 ns. Pour un scintillateur donné, les signaux passent à travers les discriminateurs, puis dans le moyeneur de temps qui va générer 2 rampes à partir de chacun des 2 signaux issu des discriminateurs. Ces deux rampes sont ensuite additionnées dans un circuit somme.

A la sortie du moyeneur de temps nous retrouvons un signal unique indépendant de la position du point d'impact sur les scintillateurs (cf. figure 3.5). Nous notons F (pour front) le signal de sortie du moyeneur de temps avant, et B (pour back) le signal de sortie du moyeneur de temps arrière. Le signal de sortie possède un retard qui peut être ajusté par logiciel dans le but de faciliter le calage de la coïncidence des scintillateurs avant et arrière. Le signal B ouvre une fenêtre de coïncidence dans laquelle le signal F retardé de 17 ns doit se trouver pour que la coïncidence soit réalisée.

Le signal issu de la coïncidence avant arrière est envoyé à l'entrée du codeur de temps. La résolution temporelle est inférieure à 150 ps ( $150 \times 10^{-12}$  s), et le temps mort global généré par le couple discriminateur -moyeneur de temps est d'environ 32ns.

### 3.2.3 Le codeur de temps

Le codeur de temps (TDC) a été développé par l'IPN-Orsay (Robert Sellem) avec la collaboration de la société THOMSON. Son principe consiste à faire tourner un compteur à l'aide d'un oscillateur à quartz et de relever sa valeur au moment où arrive le signal issu de la coïncidence des scintillateurs avant et arrière. Pour mesurer le temps entre deux signaux, le dispositif doit avoir un signal de départ (START) et un signal d'arrêt (STOP). A l'aide d'un compteur, le nombre d'impulsions d'horloge passant entre le signal START et le signal STOP est mémorisé. La précision de cette mesure dépend beaucoup de la fréquence d'horloge utilisée qui est de 250 MHz dans notre cas. La valeur qui est effectivement relevée n'est pas une valeur absolue, mais la différence de deux valeurs successives. Donc, contrairement à un codage déterministe, la différence mesurée varie d'une mesure à l'autre, mais au bout d'un certain nombre de mesures, le centre de gravité de la distribution ainsi obtenue tend vers la valeur à mesurer.

Or, avec une fréquence de 250 Mhz, on obtient un pas de 4 ns. Le pas de 250 ps est donc obtenu à l'aide de retards régulés sur la fréquence du YO. Le codeur de temps comporte 9 voies : 8 sont utilisées pour faire le codage de 8 détecteurs, la 9<sup>me</sup> pourrait être utilisée pour des signaux tests (laser, par exemple). La résolution des 8 voies de codage est de 250 ps et le temps mort dû à la durée de sauvegarde de la valeur mesurée est de 24 ns. Un codeur de temps peut coder 8 signaux venant des moyeneurs de temps soit 4 scintillateurs avant-arrière ou 2 détecteurs (avant + arrière).

#### Le codage en continu

On laisse le générateur de code "tourner" en permanence. Un des avantages est donc de supprimer toute "zone d'ombre".

#### Fonctionnement en START IMPLICITE

Le début du codage, ou START des temps de vol, est donné par un signal venant de la machine et qui est synchrone avec les paquets d'électrons accélérés (1 impulsion toute les 32 ns) soit une fréquence de 31.25 MHz. Ceci a pour effet de détériorer la linéarité différentielle de l'ASIC. Il existe aussi la possibilité de faire un START explicite, en utilisant la 9<sup>me</sup> voie de codage de l'ASIC pour coder le temps de vol.

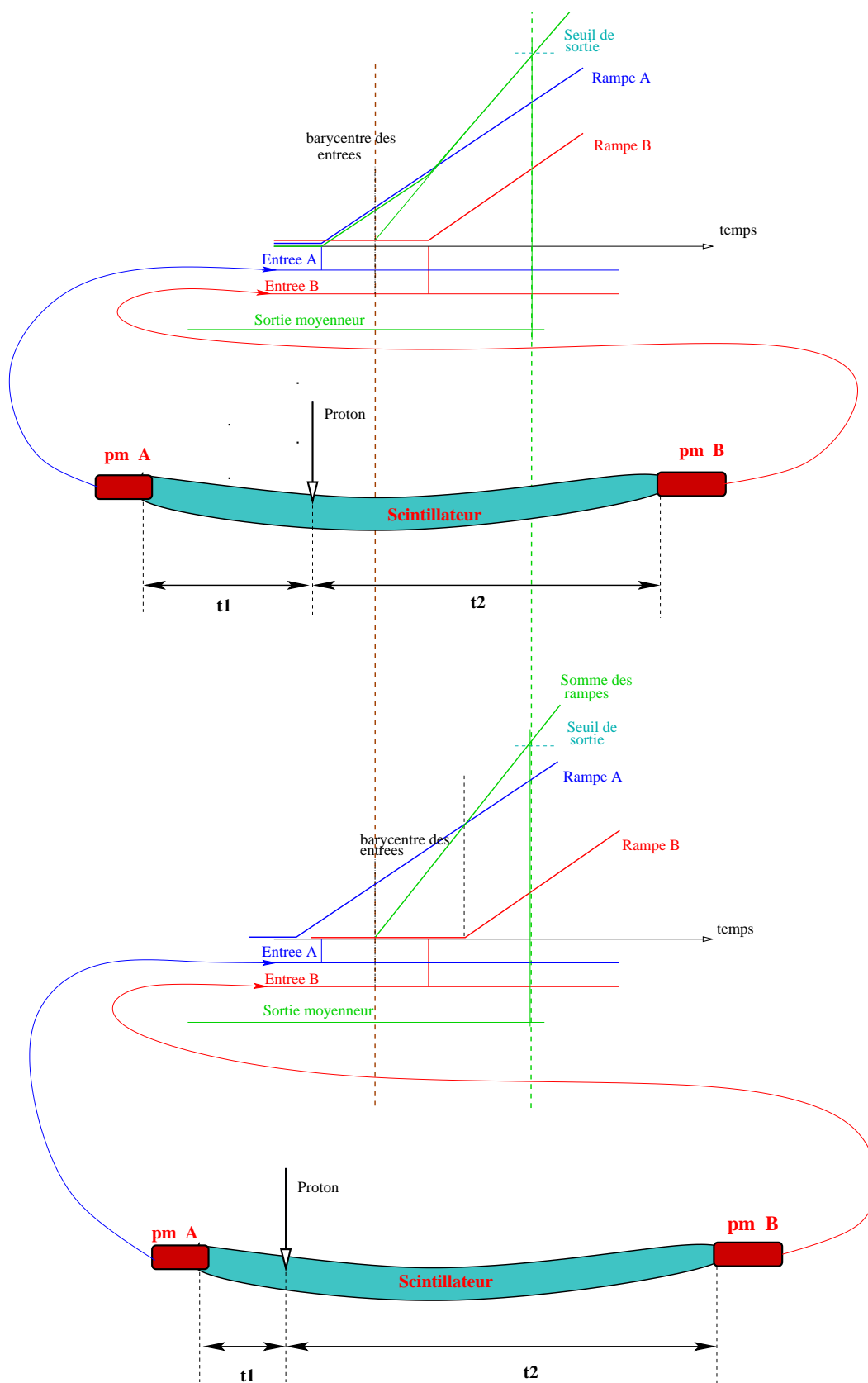


FIG. 3.5 – Schémas de principe du moyenneur de temps (mean timer)

### 3.2.4 Les DSP

Après avoir codé les temps de vol, il est impératif de les stocker et de créer des histogrammes. Le codeur de temps possède une première mémoire tampon qui permet de derandomiser les débits attendus pour  $G^0$ , puis une seconde couche est assurée par des FIFO (Fan in Fan out) rapides en sortie du codeur de temps. D'après des simulations, le taux de pertes pour les intensités attendues est inférieure à 10 ppm.

A partir de ces stocks d'information, il nous faut construire les spectres en temps de vol. Cette partie est assurée par des processeurs frontaux et concentrateurs, "digital signal processors" (DSP), dont le rôle est de constituer les spectres et de les écouler vers une machine d'acquisition. Chaque processeur frontal traite deux détecteurs (soit deux paires de scintillateurs), permettant un débit maximum de 4 MHz par détecteur (le taux de comptage par détecteur étant de l'ordre de 2MHz). Les 4 DSP frontaux constituent les spectres pour une DMCH-16X, et un 5<sup>me</sup> DSP collecte l'information afin de l'envoyer vers le BUS VME. La carte DMCH-16X offre la possibilité de faire certains réglages directement par logiciel : la valeur des seuils des discriminateurs, les modes d'acquisition . . . Tous ces réglages se font dans ces DSP et peuvent être contrôlés par logiciel.

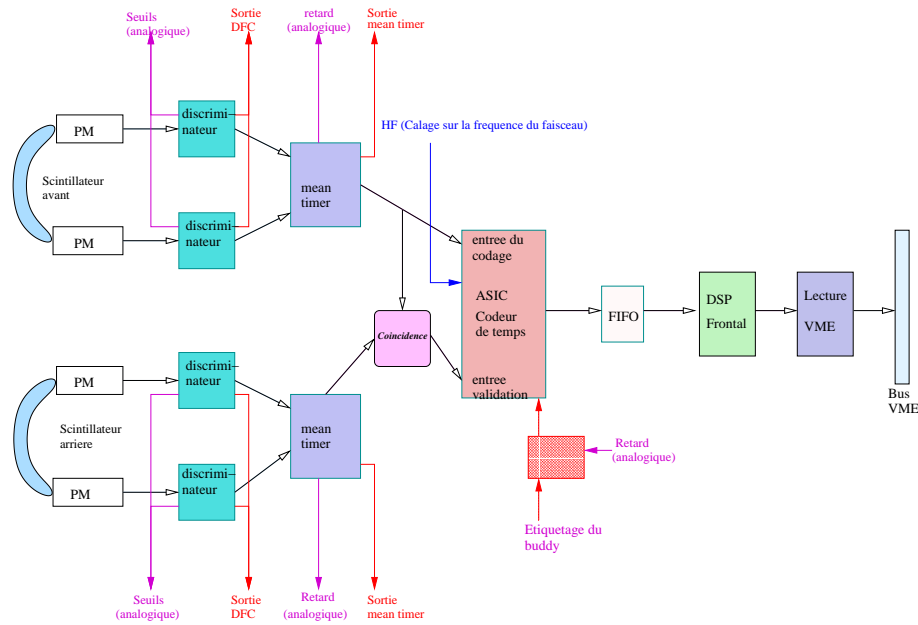


FIG. 3.6 – Architecture d'un canal de la carte DMCH-16X

### 3.2.5 Les échelles

Afin de corriger des pertes par temps mort, la connaissance des événements complets, c'est-à-dire ceux qui touchent à la fois les 2 scintillateurs et dont le signal passe la coïncidence des 2 moyenneurs de temps, n'est pas suffisante. Un certain nombre d'événements, qu'on appelle des incomplets (ou single), ne touche qu'un seul détecteur (donc pas de coïncidence moyenneur de temps avant et arrière),

ou bien qu'un seul des discriminateurs (gauche ou droite) pour un scintillateur déclenché (donc là aussi pas de coïncidence avant arrière). Il est nécessaire de connaître le nombre de ces événements pour corriger efficacement le temps mort car bien que ces événements ne soient pas comptabilisés (pas de coïncidence), ils engendrent un temps mort supplémentaire dont il faut tenir compte pour le corriger efficacement. Pour cela, un autre module est rajouté à la carte DMCH-16X (dite carte mère) qui est la carte fille S-DMCH. Pour chaque carte fille S-DMCH, les 104 échelles sont assignées de la manière suivante :

- 32 échelles comptent les événements de chaque discriminateur (32 par module DMCH-16X),
- 16 échelles comptent les événements de chaque moyenneur de temps (16 par module DMCH-16X),
- 8 échelles comptent les global-buddy (comptages détecteurs compagnons),
- 32 échelles comptent les événements de chaque discriminateur dans une fenêtre de 2 ns se déplaçant sur les 32 ns du spectre,
- 16 échelles comptent les événements de chaque moyenneur de temps dans une fenêtre de 2 ns se déplaçant sur les 32 ns du spectre.

Les nombres d'événement dans chaque échelle sont donnés à chaque MPS. Nous n'avons donc pas accès à la dispersion temporelle de ces événements dans chaque MPS.

### Les modes d'acquisition

La carte DMCH-16X offre la possibilité d'acquérir dans différents modes. Certains modes sont seulement utilisés pour des tests et d'autres modes servent pendant l'acquisition de l'expérience  $G^0$ .

1. FRONT seul : acquisition des détecteurs avant uniquement (sans coïncidence).
2. FRONT-OR-BACK : on acquiert à la fois les scintillateurs avant et arrière, sans faire la coïncidence.
3. FRONT-IF-BACK : coïncidence des scintillateurs avant et arrière.
  - FRONT-IF-BACK SHORT : la fenêtre de coïncidence générée par le scintillateur arrière fait 7 ns
  - FRONT-IF-BACK LONG : la fenêtre de coïncidence générée par le scintillateur arrière fait 11 ns
4. FRONT-IF-BACK BUDDY : la coïncidence avant-arrière est accompagnée du mode BUDDY (ou compagnon).

## 3.3 Format des données

L'organisation des données de l'électronique française débute par une en-tête contenant les données de configuration. On y trouve les différents modes d'acquisition, les valeurs des paramètres de la DMCH-16X (seuils des discriminateurs, retard des moyenneurs de temps pour la coïncidence avant-arrière, les paramètres de calage des signaux des détecteurs buddy ou compagnon), ou encore la largeur des fenêtres pour les tests avec le générateur ou les tirs laser.

Les événements de configuration sont repérés par un mot clé : **0xf0f0**, et comportent  $1 + 3 + (18 \times$

$N_{dmch}$ ) mots de 4 Bytes où  $N_{dmch}$  est le nombre de modules DMCH-16X qui sont dans le châssis VXI (8 pour l'expérience à J. Lab.).

Viennent ensuite les données physiques pour chaque MPS, où sont mises bout à bout les données de chacune des DMCH-16X. Pour chaque DMCH-16X, les données sont séparées en 5 DSP :

- 4 DSP frontaux comptant chacun 289 mots de 4 Bytes.
- Le 5<sup>me</sup> DSP correspond aux données de la carte fille S-DMCH. Le DSP 5 compte 107 mots de 4 Bytes.
- Le 6<sup>me</sup> DSP fait office de "tampon concentrateur" afin de permettre à l'informatique de lire les données pendant toute la durée du MPS suivant.

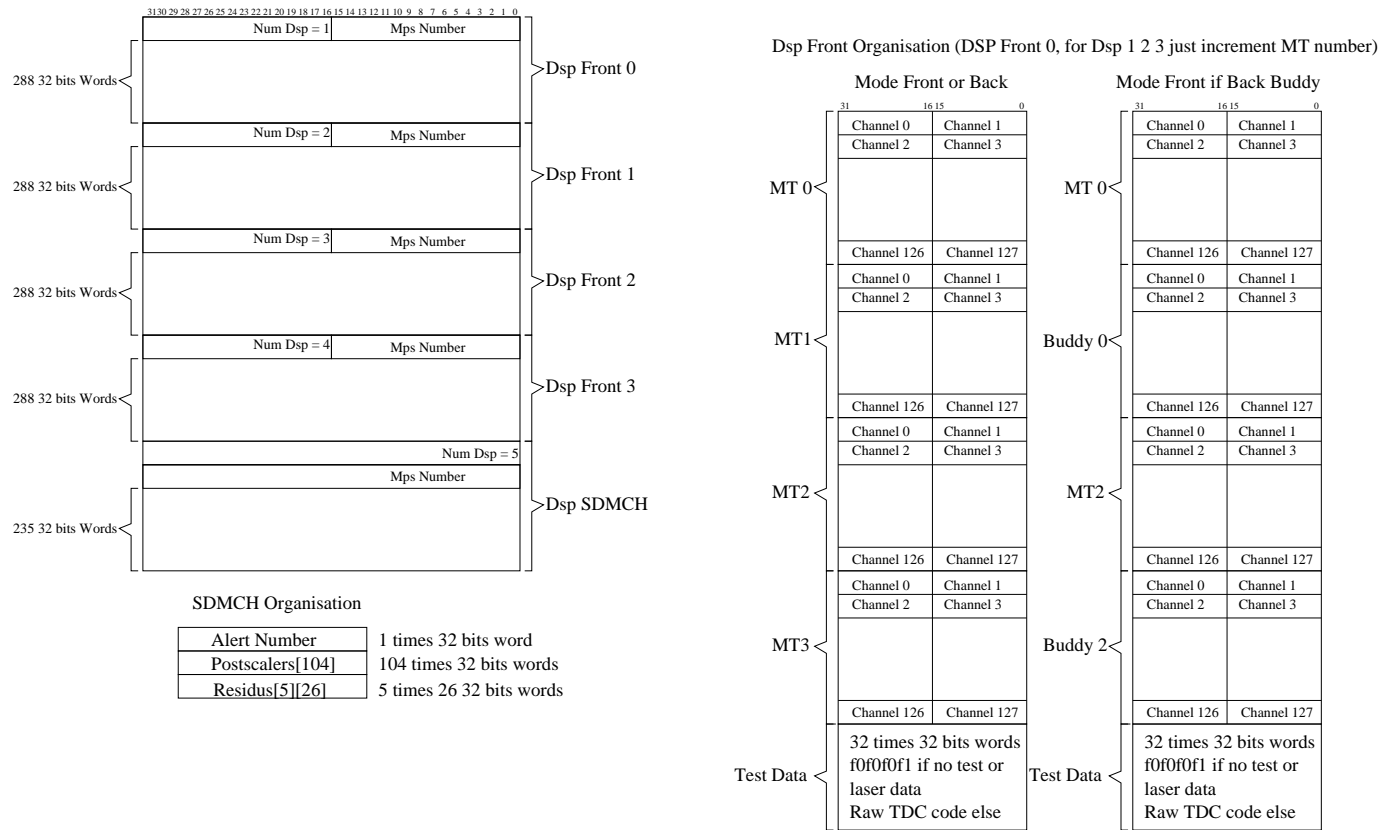


FIG. 3.7 – Format des données de la DMCH-16X

## 3.4 Tests de la carte DMCH-16X

Ces tests ont permis de vérifier toutes les caractéristiques des modules DMCH-16X, notamment les paramètres nécessaires à la correction du temps mort. Ils ont aussi permis de connaître l'influence d'une carte par rapport à l'autre, d'utiliser tous les programmes informatiques permettant de faire une acquisition mais aussi de permettre tous les réglages de la carte. Ils ont donné lieu à un rapport interne [3].

### 3.4.1 Évaluation du temps mort intrinsèque des discriminateurs et des moyenneurs de temps

#### Temps mort des moyenneurs de temps

Les mesures ont été réalisées dans le mode FRONT seul, sans NPN. Les seuils des discriminateurs ont été fixés à 50 mV pour toutes les voies. Dans une carte DMCH-16X, le moyenneur de temps et le discriminateur ne sont pas des modules indépendants, et le temps mort du moyenneur de temps englobe celui des discriminateurs correspondants. Afin de mesurer ce temps mort, nous disposons d'un générateur permettant de délivrer un double pic, dont on peut faire varier le retard  $T$  de l'un par rapport à l'autre avec un pas de 100 ps, que l'on envoie en entrée de la carte DMCH-16X. On commence avec un retard de 25 ns entre les 2 pics. Tant que l'écart est inférieur au temps mort des moyenneurs de temps, seul le premier pic apparaît dans les spectres en temps de vol. On augmente le retard  $T$  jusqu'à faire apparaître le second pic. Au moment où le second pic apparaît, le retard  $T$  entre les 2 pics est égal au temps mort du moyenneur de temps, qui vaut entre 29 et 33 ns selon la voie. L'instant où le second pic apparaît n'est pas instantané mais peut se dérouler sur une plage de 200 ps, qui constitue donc l'incertitude de la mesure.

#### Temps mort des discriminateurs

Il est possible par cette même méthode de mesurer le temps mort intrinsèque des discriminateurs en utilisant les données des échelles issues de la carte fille S-DMCH. En effet étant donné qu'il est possible d'accéder aux comptages individuels des voies des discriminateurs, nous constatons juste avant que le second pic apparaisse, un comptage dans les échelles des discriminateurs correspondant. Le temps mort des discriminateurs est sensiblement identique à celui mesuré pour les moyenneurs de temps.

### 3.4.2 Détermination de la position des césures

#### Détermination de la CAVAL

Dans le mode NPN le temps mort ne s'arrête pas à un canal quelconque du spectre de 32 ns, mais à un canal bien précis que l'on appelle césure avale ou CAVAL. Afin de mesurer la position de CAVAL

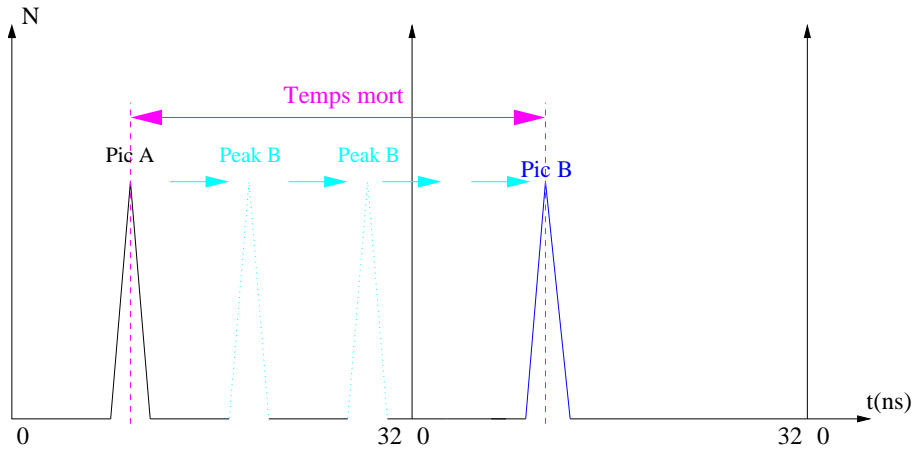


FIG. 3.8 – Détermination du temps mort intrinsèque des moyenneurs de temps

pour toutes les voies moyenneur de temps, nous utilisons la même méthode que pour mesurer le temps mort intrinsèque du couple discriminateur -moyenneur de temps. Peu importe la position du premier pic générateur de temps mort car même en cas de 2 NPN (si le premier pic est entre CAMONT et CAVAL), le temps mort s'arrête à la CAVAL (voir figure 3.9).

### Détermination de la CAMONT

La césure amont ou CAMONT marque la limite du 2 NPN. Nous utilisons à nouveau le double pic en mettant un écart fixe  $\Delta T$  tel que le second pic soit après la CAVAL (donc les 2 pics sont visibles). Nous disposons d'une boîte à retards qui permet de mettre un retard variable sur les 2 pics en même temps. Nous augmentons ce retard jusqu'à ce que le premier pic dépasse CAMONT. A ce moment précis, le temps mort devient brusquement plus grand de 32 ns (1 NPN de plus) et le second pic disparaît (cf. figure 3.10).

### 3.4.3 Bruit intrinsèque : cross-talk et cross-influence

#### Bruit intrinsèque

Le bruit intrinsèque correspond aux comptages sur les voies des discriminateurs dans le cas où aucun signal n'est injecté dans la DMCH-16X. Afin que ce bruit soit "mesurable", il est impératif de rabaisser les seuils des discriminateurs de 50 mV, qui est la tension expérimentale jusqu'à 0 mV.



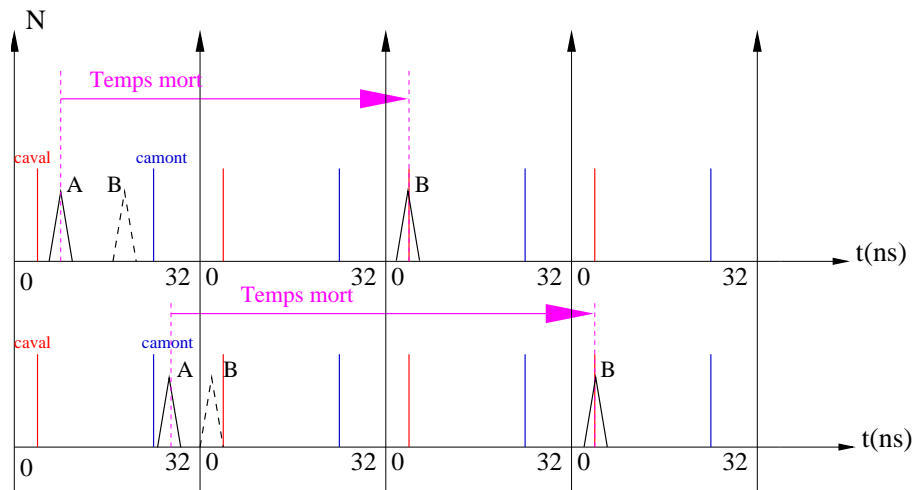


FIG. 3.9 – Détermination de la position de la césure aval

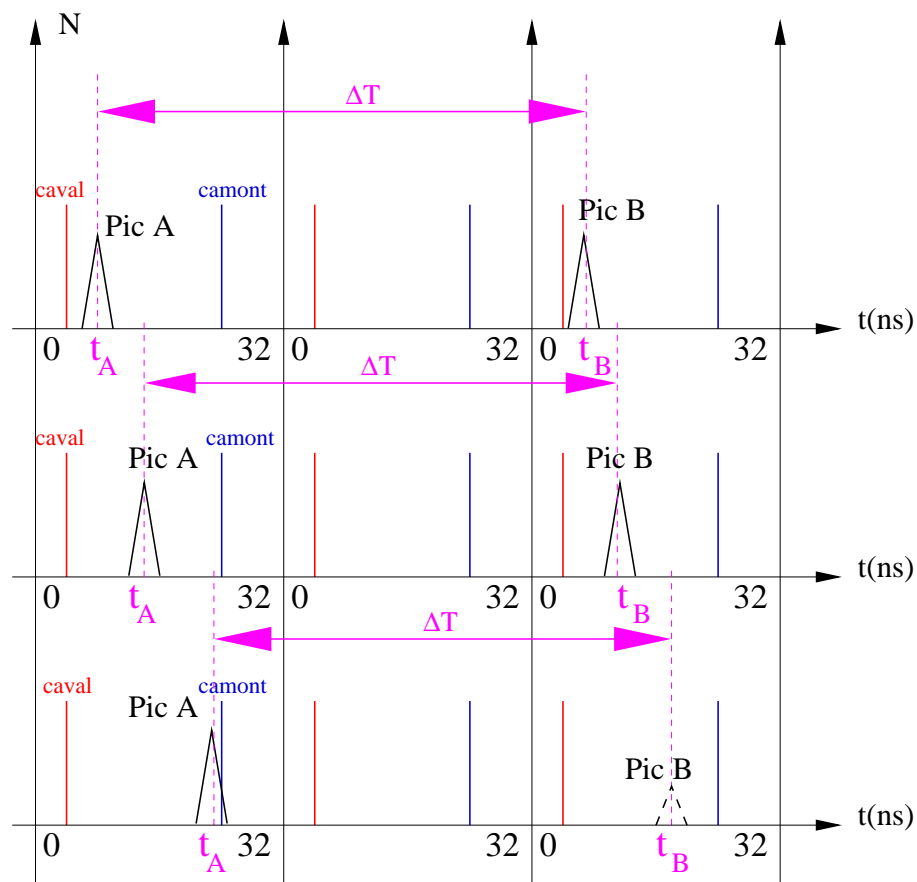


FIG. 3.10 – Détermination de la position de la césure amont

Cette manoeuvre peut être faite grâce à un programme informatique de contrôle des seuils. Les comptages des discriminateurs donnés directement par les échelles de la S-DMCH indiquent aucun coup reçu entre 2 mV et 50 mV. A 1 mV, certaines échelles commencent à compter, ce qui indique que les signaux parasites provoquant le bruit dans les discriminateurs sont inférieurs ou égaux à 1 mV d'amplitude.

### Cross-talk

Le cross-talk est le signal généré sur une voie moyenneur de temps par un signal existant sur une autre voie. Afin de le mettre en évidence, nous considérons 2 voies moyenneurs de temps voisines et nous injectons un pic de 480 mV d'amplitude sur l'une d'elle. Nous abaissons les seuils de la voie à étudier à 5 mV sans pour autant observer des événements sur cette voie.

### Cross-influence

Aucun trigger n'est nécessaire pour acquérir des événements avec la DMCH-16X, ce qui offre la possibilité d'utiliser toutes les voies disponibles indépendamment les unes des autres. Il faut cependant vérifier si le signal reçu sur une des voies affecte celui d'une autre voie. Afin de mesurer l'influence croisée (cross-influence), nous envoyons un pic dans 2 moyenneurs de temps consécutifs (car, d'une part, lors de l'expérience, nous sommes en mode FRONT-IF-BACK ce qui impose des événements sur les moyenneurs de temps avant uniquement, et d'autre part, nous faisons l'hypothèse que les voies des moyenneurs de temps consécutifs sont les plus proches sur le circuit imprimé) que l'on note MT0 et MT2. On déplace un pic perturbateur sur tout le spectre de 32 ns de MT0 et on observe l'influence sur le pic perturbé se trouvant sur MT2. D'après les mesures réalisées à Orsay, sur une carte DMCH-16X, dans lesquelles nous avons relevé la position du pic perturbé (sur MT2) en fonction de la position du pic perturbateur (sur MT0) (voir la figure 3.11) :

- Lorsque la position du pic perturbateur (sur MT0) passe par celle du pic perturbé (sur MT2) , ce dernier bouge d'environ 100ps (la résolution d'un canal étant de 250 ps).
- Le pic perturbé est très faiblement affecté (moins de 15 ps) lorsque l'amplitude du pic perturbateur est diminué de plus d'un facteur 2.

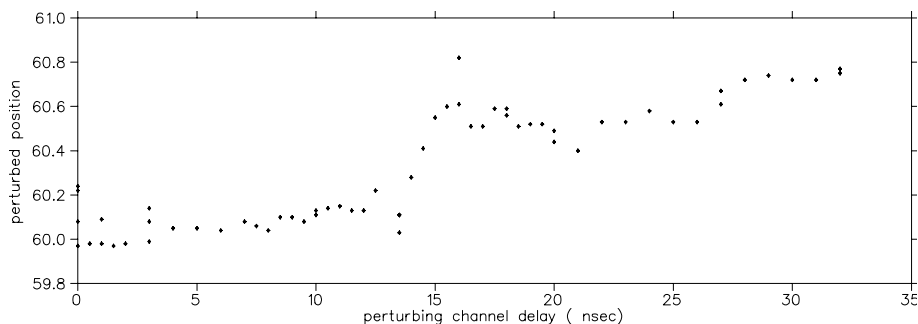


FIG. 3.11 – Évolution de centre de gravité du pic perturbé en fonction de la position du pic perturbateur

### 3.4.4 Programmes permettant de régler et de tester la DMCH-16X

#### Optimisation de la linéarité différentielle

Le codeur de temps permet de coder des spectres de 32 ns composé de 128 canaux de 250 ps. La largeur de ces canaux n'est pas fixe et peut varier en fonction de la température. La dispersion des largeurs autour de la valeur moyenne (attendue), qu'on appelle *linéarité différentielle*, provoque des distorsions dans les spectres physiques. Elle peut être optimisée au moyen de deux paramètres : DAC0 et DAC1. Avant d'utiliser cette fonction il faut s'assurer d'envoyer du signal aléatoire sur une des voies du codeur de temps à étudier.

#### Contrôle des seuils

Un programme informatique permet d'ajuster les seuils entre 0 et 255mV par pas de 1 mV. Il est possible de vérifier la valeur des seuils en utilisant le générateur interne G-DMCH. En effet, on injecte le signal du G-DMCH dans la voie à étudier et on fait varier son amplitude jusqu'au moment où il dépasse la valeur du seuil en entraînant un comptage sur la voie. La précision du G-DMCH est limitée à 10 mV.

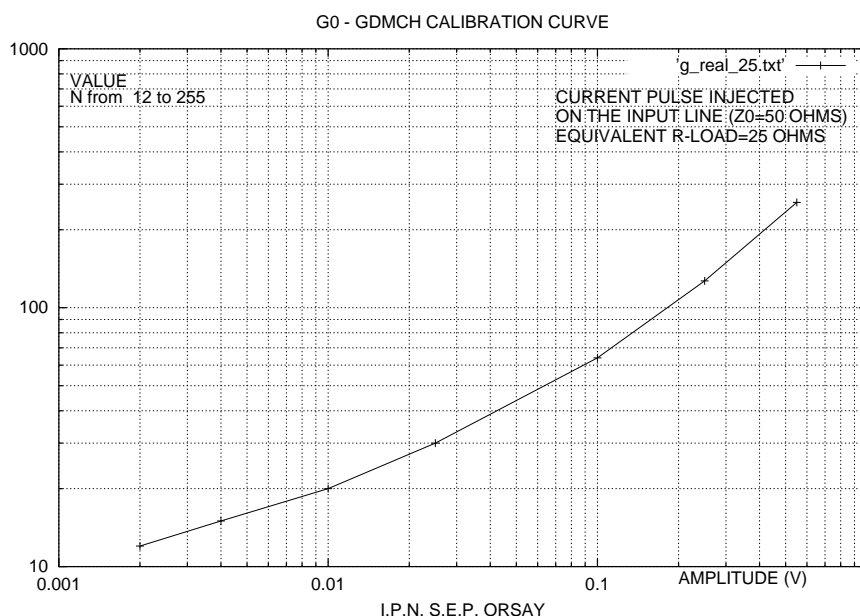


FIG. 3.12 – Courbe de calibration (valeur de DAC en fonction de l'amplitude en mV) du générateur G-DMCH

**Ajustement de la coïncidence des moyenneurs de temps avant et arrière**

Un programme permet d'ajuster le retard sur le moyenneur de temps avant pour que son signal arrive dans la fenêtre de 7 ou 11 ns ouverte par le moyenneur de temps arrière.



# Chapitre 4

## Corrections radiatives associées à la diffusion élastique électron-proton

### 4.1 Motivations

La grande précision avec laquelle nous souhaitons mesurer l'asymétrie, nous impose de parfaitement connaître le devenir des produits des réactions. La diffusion élastique étant une réaction à 2 corps, la connaissance du quadri-moment énergie-impulsion d'une des particules en voie de sortie, nous permet d'en déduire le quadri-moment énergie-impulsion de l'autre particule. Donc le fait de détecter l'électron ou bien le proton est uniquement motivé par la géométrie du détecteur. Dans la première phase de  $G^0$  nous détectons le proton à un angle moyen de  $70^\circ$ . Dans la deuxième phase, ce sera au tour de l'électron d'être détecté autour de  $110^\circ$ . On passe de l'expérience angles avant à l'expérience angles arrière en retournant l'ensemble cible-aimant-détecteur de  $180^\circ$ . Expérimentalement, la diffusion purement élastique est toujours accompagnée de l'émission de photons réels par bremsstrahlung, qui vont former une queue radiative que nous devons calculer car elle affecte la séparation entre les protons élastiques et les autres produits de réactions (inélastiques). Des calculs théoriques ont déjà été effectués par Mo et Tsai [42] et des générateurs de corrections radiatives existent, mais uniquement dans le cas où l'on détecte l'électron diffusé. Notre générateur est prévu pour détecter les protons et tient compte de la géométrie de  $G^0$ , et donc de son acceptance cinématique. Les calculs présentés sont effectués pour l'expérience  $G^0$  angles avant ( $\theta_p \in [48 \text{ degrés}, 77 \text{ degrés}]$ ), à l'énergie incidente de 3GeV (soit  $E_{inc} \in [2.5 \text{ GeV}, 3 \text{ GeV}]$  en tenant compte des pertes d'énergie dans la cible).

### 4.2 Cadre général associé aux corrections radiatives

Au cours de l'expérience  $G^0$ , des électrons d'énergie de 3GeV vont diffuser sur des protons au repos dans une cible d'hydrogène liquide. Les interactions intervenant dans ce contexte sont l'interaction électromagnétique (chacune des particules étant chargée), ainsi que l'interaction faible (qui est couplée à l'interaction électromagnétique). Les autres interactions sont négligeables (masses faibles pour

la gravitation et nombre baryonique nul pour l'électron). L'interaction électromagnétique est décrite dans le cadre de l'électrodynamique quantique en tant que théorie perturbative. On peut exprimer l'amplitude de diffusion sous la forme d'une série en puissances de la constante de structure fine  $\alpha$  dont la valeur dépend de l'échelle d'énergie à laquelle on va sonder la matière. Dans le cadre de  $G^0$ , il est légitime de prendre  $\alpha \simeq 1/137$ , qui est la valeur de  $\alpha$  aux énergies de la physique atomique. En effet bien que  $\alpha$  varie selon l'énergie, sa variation reste faible (à l'échelle du L.E.P,  $\alpha \simeq 1/128$ ). Le premier terme de la série correspond à l'approximation de Born (échange d'un photon virtuel entre l'électron et le proton). L'amplitude de diffusion électron-proton est proportionnelle à  $\alpha$  et donc la section efficace différentielle de Born est proportionnelle à  $\alpha^2$ . C'est par rapport à ce terme de Born que toute la théorie a été construite (expressions de l'asymétrie de violation de la parité, les facteurs de forme ...). Les particules sont diffusées suivant une distribution angulaire  $f(\theta, \alpha)$  avec une section efficace doublement différentielle :  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p}$ , où  $d\Omega_p$  est l'angle solide du système de détection. De manière plus générale, l'ordre de la section efficace différentielle correspond au nombre de particules dans la voie de sortie. La section efficace différentielle sera donnée par la relation suivante :

$$\frac{d^{3 \times N - 4} \sigma}{d\lambda^{3 \times N - 4}} \quad (4.1)$$

où  $N$  est le nombre de particules en voie de sortie et  $d\lambda^N$  représente l'élément  $N$  fois différentiel. Le facteur  $3 \times N - 4$ , vient du fait que pour chaque particule on a 3 paramètres ( $P_x$ ,  $P_y$  et  $P_z$ ), valeur à laquelle il faudra retirer le nombre de relations de conservation, soit 4 : conservation de l'énergie (1 relation) et conservation de l'impulsion (3 relations). Par exemple pour la diffusion élastique, on a 2 particules en voie de sortie (l'électron et le proton). La section efficace différentielle sera donc d'ordre  $3 \times 2 - 4 = 2$  et on retrouve bien la section efficace doublement différentielle :  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega}$ ,  $d\Omega$  étant un élément différentiel d'ordre 2 ( $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ ). Bien que les termes suivants de la série de perturbation (en  $\alpha^N$  pour  $N > 1$ ) soient petits, leur contribution n'est cependant pas négligeable. Ces termes font partie des corrections radiatives. On peut classer les effets radiatifs dans deux catégories :

– les effets radiatifs externes

↔ Le noyau intervenant dans le processus radiatif n'intervient pas dans la diffusion principale. Les corrections radiatives externes sont dues à l'interaction entre l'électron incident et les matériaux rencontrés avant l'interaction principale. Les effets radiatifs externes peuvent être traités comme une simple perte d'énergie dans la matière.

– les effets radiatifs internes

↔ Le noyau intervenant dans le processus radiatif est à l'origine de la diffusion principale. Les corrections radiatives internes vont directement influencer sur la cinématique de la réaction, en modifiant l'énergie du centre de masse de la réaction.

### 4.3 Pertes par ionisation et corrections radiatives externes

La cible d'hydrogène liquide de  $G^0$  a 20 cm de long. L'hydrogène est maintenu à une température d'environ 15 Kelvin et la cible ne doit pas entrer en ébullition quand elle est traversée par un faisceau d'électrons de 40  $\mu A$  qui dépose environ 250 W dans la cible. Ceci est réalisé en faisant circuler

l'hydrogène liquide au moyen d'une pompe ce qui conduit à une géométrie complexe. Pour pouvoir effectuer les calculs, la géométrie de la cible a été simplifiée suivant le schéma de la figure 4.2. Le type de matériau traversé par les électrons incidents et les épaisseurs correspondantes utilisées dans le calcul sont réunies dans la table 4.3.

Élément traversé	Matériau traversé	$X_0(g/cm^2)$	Épaisseur
Fenêtre d'entrée de la cellule d'hélium	Aluminium	13.6174	127 $\mu m$
hélium gazeux	Hélium	65.1899	$\simeq 15cm$
Fenêtre de sortie de la cellule d'hélium	Aluminium	13.6174	127 $\mu m$
Hydrogène liquide	Hydrogène liquide	63.0470	20 cm
Fenêtre de sortie du LH2	Aluminium	13.6174	152.4 $\mu m$

TAB. 4.1 – Différents milieux traversés par l'électron, ainsi que les longueurs de radiation  $X_0$  associées.

Trois processus jouent un rôle important dans l'interaction des électrons avec la matière. Il s'agit de :

- la diffusion inélastique sur les électrons atomiques (diffusion de Möller).
- la diffusion élastique sur les noyaux (diffusion de Mott).
- la diffusion inélastique sur les noyaux (bremsstrahlung).

Lors de son passage à travers la matière, un électron de charge  $e$  et de vitesse  $v$  cède son énergie par collisions avec les électrons des atomes rencontrés. L'interaction est coulombienne et à chaque fois, une diffusion se produit. La description des collisions se fait de la même façon que pour les particules lourdes chargées. Cependant, la formule de Bethe-Bloch doit être modifiée pour deux raisons. La première est la petite masse des électrons qui fait que la particule incidente change de trajectoire lors de la collision. La deuxième raison est que pour une collision électron-électron nous devons prendre en considération leur indistinguabilité. Compte tenu du pouvoir d'arrêt et de la densité de chaque matériau traversé, la perte d'énergie par ionisation va être donnée par la formule de Bethe-Bloch modifiée :

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4 N Z}{m_e \gamma^2} \left( \ln \frac{m_e c^2 \beta^2 E}{2I^2(1-\beta^2)} - \ln 2(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + \frac{(1-\sqrt{1-\beta^2})^2}{8} \right) \quad (4.2)$$

où :

- $e$  est la charge de l'électron et  $m_e$  sa masse
- $N$  est la densité des centres diffuseurs
- $I$  est le potentiel d'ionisation du milieu traversé et  $Z$  son numéro atomique
- $\beta = \frac{v}{c}$  où  $v$  est la vitesse du projectile et  $c$  la vitesse de la lumière
- $\gamma = \frac{E}{m_e c^2}$ ,  $E$  étant l'énergie de l'électron

Cette formule donne accès à l'énergie moyenne perdue par les électrons. La perte d'énergie autour de cette moyenne est décrite par une distribution asymétrique, de Landau ou Vavilov. Pour des valeurs faibles d'énergie transférée par rapport à l'énergie perdue dans le milieu traversé (particules non relativistes), la perte d'énergie sera donnée par une distribution gaussienne. Soit le paramètre  $\kappa = \frac{\zeta}{E_{max}}$ .  $E_{max}$  étant l'énergie maximale transférée sur l'électron d'un atome en une seule collision,  $\zeta$  étant un



paramètre intervenant dans la section efficace de diffusion de Rutherford :

$$\zeta = 153.4 \frac{e^2}{\beta^2 A} \rho \delta x \text{ où :}$$

- Z le numéro atomique du matériau
- A la masse atomique du matériau
- $\rho$  la densité du matériau (en  $\text{g/cm}^3$ )
- $\delta x$  l'épaisseur du matériau (en cm)

L'unité de  $\zeta$  est le keV, par conséquent  $E_{max}$  doit être en keV et  $\kappa$  est sans unités.

Selon la valeur de  $\kappa$ , l'énergie perdue par ionisation sera tirée selon une distribution bien particulière :

- $\kappa > 10 \Rightarrow$  **Gauss**
- $0.01 < \kappa < 10 \Rightarrow$  **Vavilov**
- $\kappa < 0.01 \Rightarrow$  **Landau**

L'énergie déposée dépend du matériau traversé par l'électron, ainsi que du paramètre  $\beta\gamma$ . Dans le cadre de  $G^0$ , les électrons ont une énergie de 3 GeV, donc  $p_e \approx 3\text{GeV}/c$ , soit un facteur  $\beta\gamma \approx 5900$ . Sur la figure 4.1, extraite de *Review of Particle Physics (2000)*, qui représente l'énergie déposée par ionisation pour différents matériaux, cette valeur de  $\beta\gamma$  se situe loin du minimum d'ionisation, dans la zone où cette perte peut être considérée comme constante en fonction de  $\beta\gamma$ . La cible est représentée

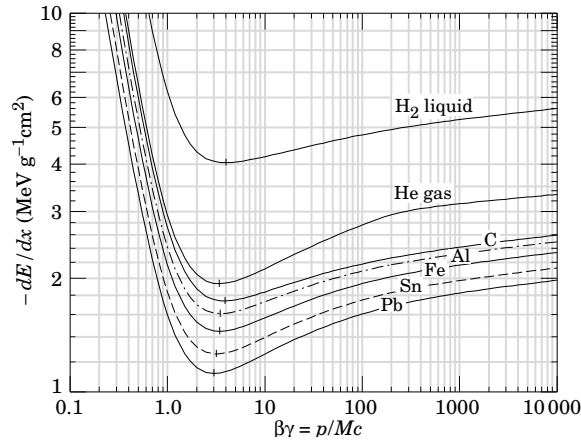


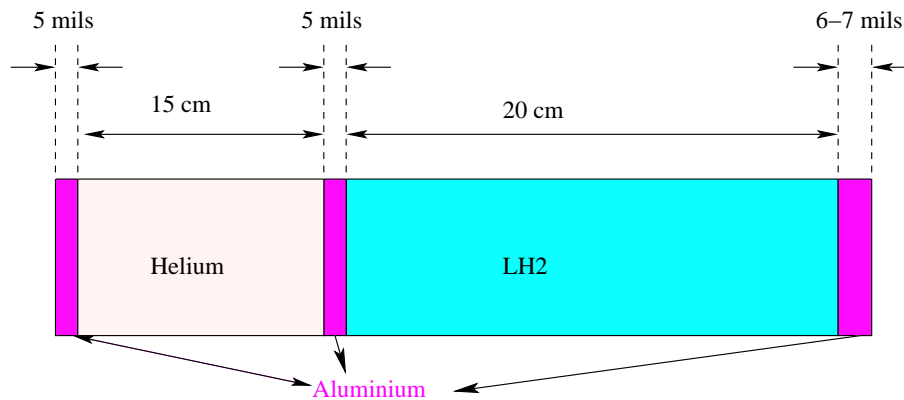
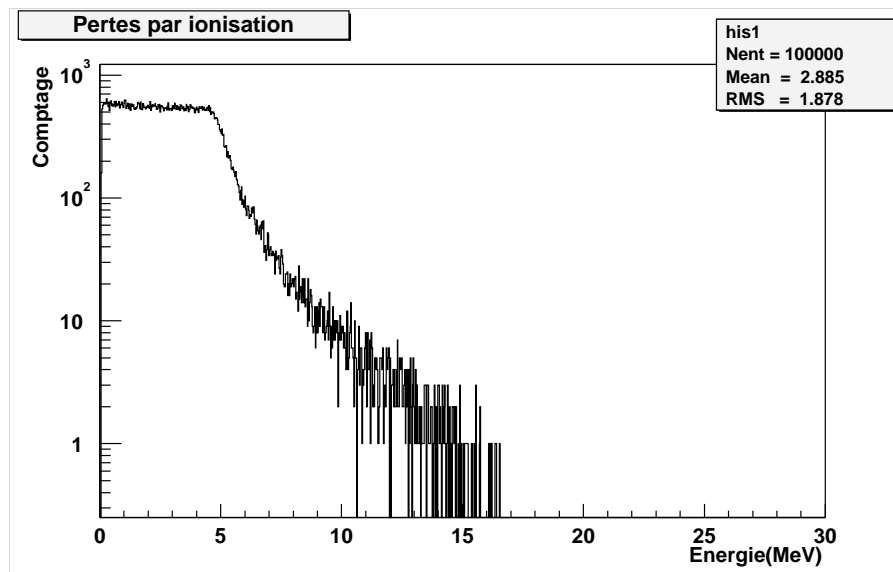
FIG. 4.1 – L'énergie déposée par ionisation dans différents milieux en fonction de  $\beta\gamma$ .

très schématiquement par un cylindre suivant la figure 4.2. On tire la distance  $z$  entre 0 et 20 cm d'hydrogène liquide. Le résultat de cette simulation de pertes se trouve sur la figure 4.3. Les valeurs de  $\kappa$  sont très faibles ( $\leq 10^{-5}$ ) compte tenu de la valeur élevée de  $E_{max}$ . Le tirage se fait donc selon une distribution de **Landau**.

Les électrons vont aussi subir des réactions de diffusion multiple dont l'effet sera de les dévier de leur trajectoire sans pour autant changer leur énergie. Les réactions de diffusion multiples sont en fait des diffusions élastiques des électrons sur les noyaux des milieux traversés. Le calcul de la diffusion multiple se fait à partir d'une distribution gaussienne, dont la largeur est donnée par :

$$\theta_0 \approx \frac{14.1 \text{ MeV}}{E \beta^2} \sqrt{\frac{t}{X_0}} \left( 1 + 0.038 \log\left(\frac{t}{X_0}\right) \right) \quad (4.3)$$

$t$  est l'épaisseur de la cible (en cm) et  $X_0$  est la longueur de radiation du matériau rencontré (en cm) (les longueurs de radiation sont données dans la table 4.3). Dans cette distribution sont tirés de façon

FIG. 4.2 – Schéma simplifié de la cible de  $G^0$ .FIG. 4.3 – Pertes par ionisations à travers 20 cm d'hydrogène liquide et 254  $\mu\text{m}$  d'aluminium. La distance est tirée de façon aléatoire entre 0 et 20 cm d'hydrogène liquide

aléatoire les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  qui définissent l'écart de la trajectoire initiale de l'électron par rapport à sa direction d'origine selon l'axe Oz (axe du faisceau incident). La direction de l'électron incident, ainsi que la distance parcourue dans la cible avant l'interaction principale, vont permettre de déterminer le point d'interaction. Les quadri-vecteur énergie-impulsion du proton, ainsi que de l'électron, sont déterminés sans tenir compte de cette déviation de la direction de l'électron d'origine. Une fois les quadri-vecteur  $(E, \vec{p})$  déterminés, on leur fait subir une rotation passive d'angles  $(\theta_x, \theta_y)$  (rotation passive car seul le repère subit la rotation), afin de les exprimer dans le repère d'origine.

### **Les corrections radiatives externes**

Classiquement, une particule chargée émet une radiation électromagnétique lorsqu'elle est soumise à une accélération. Les électrons (et positrons) sont les seules particules pour lesquelles ce type d'effet contribue de manière substantielle à la perte d'énergie. La diffusion inélastique des électrons sur les noyaux des milieux traversés (aluminium, hydrogène liquide) provoque l'émission de photons, qui va faire perdre de l'énergie aux électrons. Ce rayonnement s'appelle bremsstrahlung (ou rayonnement de freinage), et il correspond aux corrections radiatives externes. Un électron parcourant une épaisseur  $t$  (exprimée en longueur de radiation), d'énergie initiale  $E_0$ , a une densité de probabilité

$$I_b(E_0, E, t) = \frac{tX_0}{\Gamma(1+bt)} \left( \frac{\Delta E_b}{E_0} \right) W_b(E_0, \Delta E_b) \quad (4.4a)$$

de perdre l'énergie  $\Delta E_b = E_0 - E$ .  $E$  est l'énergie après pertes par corrections radiatives externes. Dans cette expression, le facteur

$$b = \frac{4}{3} \left\{ 1 + \frac{1}{9} [(Z+1)/(Z+\eta)] [\ln(183Z^{-\frac{1}{3}})] \right\} \simeq \frac{4}{3} \quad (4.4b)$$

avec,

$$\eta = \ln(1440Z^{-\frac{2}{3}}) / \ln(183Z^{-\frac{1}{3}}) \quad (4.4c)$$

$Z$  étant le numéro atomique du milieu traversé. L'expression de  $W_b$  est donnée par :

$$W_b(E, \Delta E_b) = \frac{1}{X_0} \frac{b}{\Delta E_b} \phi\left(\frac{\Delta E_b}{E}\right) \quad (4.4d)$$

dans laquelle  $\phi(v) \approx 1 - v + \frac{3}{4}v^2$  si  $v \ll 1$ , qui représente la forme de la distribution de bremsstrahlung normalisée, telle que  $\phi(0) = 1$ .

Un électron traversant 10 cm de cible d'hydrogène liquide (centre de la cible) perd en moyenne 3 MeV d'énergie par ionisation et 40 MeV par corrections radiatives externes. L'énergie maximale perdue par l'électron traversant ces 10 cm de cible est de 15 MeV par ionisation et peut atteindre 3 GeV (c'est-à-dire la totalité de son énergie incidente) par corrections radiatives externes. Ces deux phénomènes (ionisation et corrections radiatives externes) agissent simultanément dans la réalité mais nous les traitons successivement dans nos programmes. Si nous traitons en premier les corrections radiatives externes, nous serions amenés à calculer une perte d'énergie par ionisation sur un électron d'énergie inférieure à 1 MeV. Nous changerions complètement de régime pour l'ionisation (limites fixées à  $\zeta/I_0 = 50$  où  $I_0$  est le potentiel d'ionisation moyen des atomes). Pour éviter de traiter ces cas

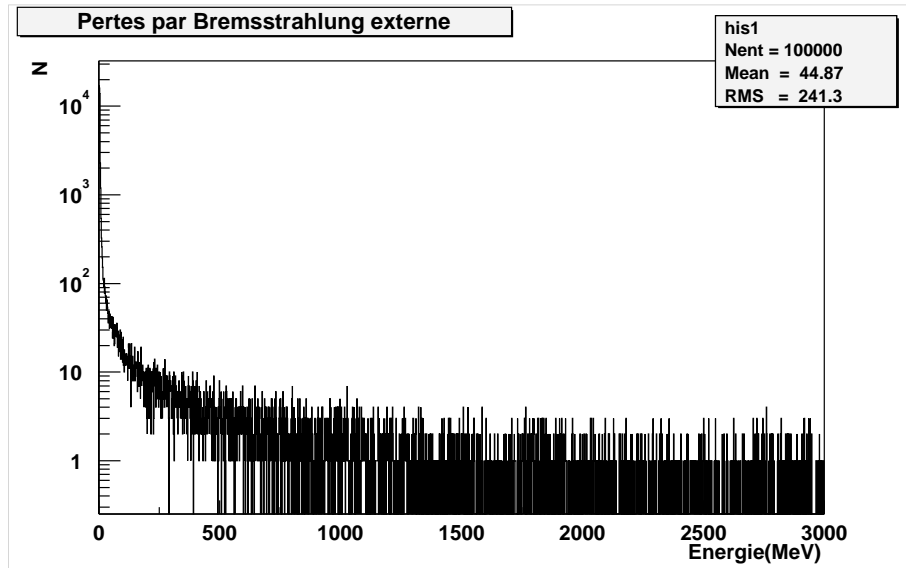


FIG. 4.4 – Distribution de la perte par corrections radiatives externes

limites, nous traitons l'ionisation en premier. Dans ce cas, les corrections radiatives externes agiront sur des électrons d'énergie comprise entre 3 GeV et (3 GeV - 15 MeV).

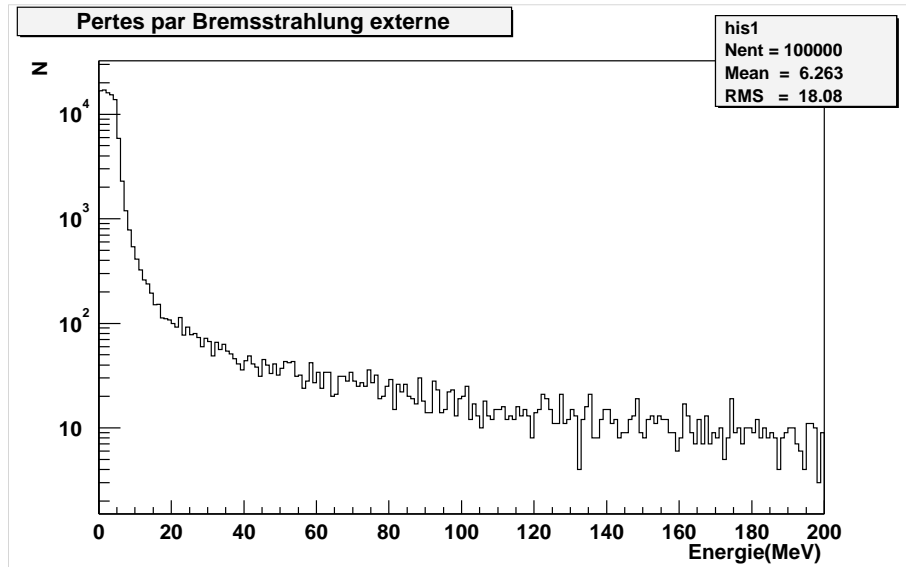


FIG. 4.5 – Distribution de la perte par corrections radiatives externes pour une énergie perdue inférieure à 200 MeV

## 4.4 Cadre théorique associé aux corrections radiatives internes

### 4.4.1 Diffusion élastique

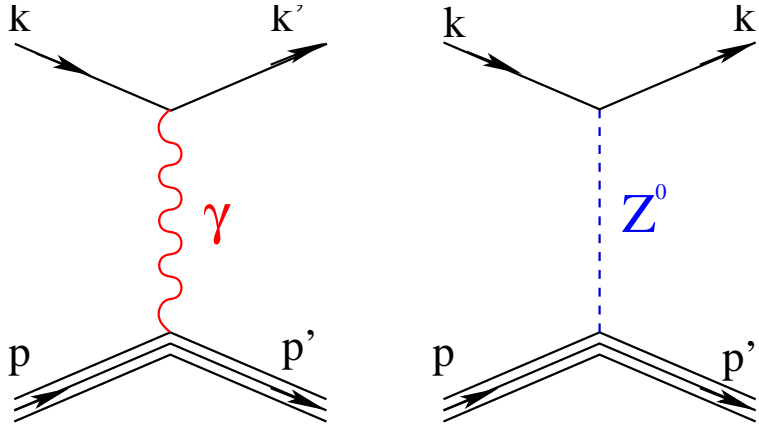


FIG. 4.6 – Diagrammes de diffusion élastique électron-proton, représentant l'échange du photon (porteur de interaction électromagnétique) et du  $Z^0$ , vecteur de l'interaction faible neutre.

Ces diagrammes ont été étudiés dans le premier chapitre, en introduisant les facteurs de forme électromagnétiques. Nous rappellerons ici la forme des courants (électromagnétique et faible neutre), pour l'électron et pour le proton afin d'introduire les corrections radiatives.

Dans ce qui suit nous utilisons les conventions suivantes :

- $p_e$  et  $p_{e'}$  sont respectivement l'impulsion de l'électron entrant et diffusé
- $p_p$  et  $p_{p'}$  sont respectivement l'impulsion du proton entrant et diffusé
- $h_e$  et  $h_{e'}$  sont respectivement l'hélicité de l'électron entrant et diffusé
- $h_p$  et  $h_{p'}$  sont respectivement l'hélicité du proton entrant et diffusé
- $p_\gamma$  représente l'impulsion du photon réel
- $h_\gamma$  représente l'hélicité du photon réel

#### Courant électromagnétique

Considérons la diffusion élastique d'un électron de quadri-impulsion  $p_e$  sur un proton de quadri-impulsion  $p_p$ . Le proton étant au repos,  $p_p$  se limite à sa partie énergie de masse. Dans l'état final, le proton aura une quadri-impulsion  $p_{p'}$  et l'électron  $p_{e'}$ . Le premier ordre, dans le processus perturbatif de la théorie électromagnétique, se traduit par l'échange d'un seul photon dont le moment est :  $q = p_e - p_{e'}$ . Le courant électromagnétique de l'électron, s'exprime par :

$$\mathcal{J}_{E.M.,\mu}^{(e)} = \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma_\mu u(p_e, h_e) \quad (4.5)$$

Les hélicités des électrons sont :  $h_e$  pour la voie d'entrée et  $h_{e'}$  pour la voie de sortie.

Le courant hadronique tient compte de la structure du proton (qui n'est pas une particule ponctuelle comme l'électron) en substituant à la matrice  $\gamma_\mu$ , une autre matrice ( $\Gamma_\mu$ ) faisant intervenir les facteurs de forme (détaillée au chapitre 1). Le courant hadronique s'exprime comme :

$$j_{E.M,\mu}^{(P)} = \overline{U}_N(p_{p'}, h_{p'}) \Gamma_\mu U_N(p_p, h_p) \quad (4.6)$$

### Courant faible neutre

Considérons le graphe de diffusion élastique d'un électron de quadri-impulsion  $p_e$  sur un proton d'impulsion  $p_p$  par l'échange du  $Z^0$ . Les courants faibles vont faire intervenir des termes qui violent la symétrie discrète de parité, ainsi que l'angle de Weinberg. Le courant électro-faible de l'électron est de la forme :

$$j_{F,\mu}^{(e)} = \overline{u}(p_{e'}, h_{e'}) \left( \frac{1}{4} (-1 + 4 \sin^2 \theta_W) \gamma_\mu + \gamma_\mu \gamma_5 \right) u(p_e, h_e) \quad (4.7)$$

Pour le proton, on va garder la même expression que celle du courant électromagnétique, mais le terme  $\Gamma_\mu$  sera fonction des facteurs de formes faibles, ainsi que des termes violant la parité (termes en  $\gamma_5$ ).

### Section efficace de Born

Dans ce qui suit, seule la série de perturbations en diagrammes de Feynman dans le cadre de l'interaction électromagnétique sera considérée, les termes d'interaction faible étant négligeables à tous les ordres de la série de perturbation. Par contre, à l'ordre zéro de perturbation (Born), l'interaction faible ne sera pas négligée. Elle va donner l'asymétrie de violation de la parité et permettre de remonter aux facteurs de forme étranges du proton. Pour les ordres supérieurs dans la série de perturbation, on ne retiendra que les termes d'interaction électromagnétique et en particulier, le premier après Born. La série de perturbation en  $\alpha$  converge très vite ( $\alpha \approx \frac{1}{137}$ ), donc le calcul aux ordres supérieurs n'a pas d'intérêt dans le cadre de la précision recherchée. L'interaction électromagnétique se caractérise à l'ordre le plus bas par l'échange d'un photon virtuel entre les bras leptonique et hadronique,  $q$  correspond au moment du photon échangé.

- $p_e = (E_e, \vec{p}_e)$  et  $p_{e'} = (E_{e'}, \vec{p}_{e'})$  sont les quadri-moments d'entrée et de sortie de l'électron
- $p_p = (E_p, \vec{p}_p)$  et  $p_{p'} = (E_{p'}, \vec{p}_{p'})$  sont les quadri-moments d'entrée et de sortie du proton

Le quadrimoment transféré par le photon virtuel échangé s'exprime en fonction des variables cinématiques par :

$$Q^2 = -q^2 = -(p_{e'} - p_e)^2 = -(p_p - p_{p'})^2 \quad (4.8)$$

soit,

$$Q^2 = -(p_p^2 + p_{p'}^2 - 2p_p \cdot p_{p'}) = -(2M_p^2 - 2M_p E_{p'}) = 2M_p T_{p'} \quad (4.9)$$

où  $M_p$  et  $T_{p'}$  sont la masse et l'énergie cinétique du proton de recul.

L'expression de la section efficace différentielle pour une diffusion élastique eP est donnée dans le système du laboratoire par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{1}{16(2\pi)^2 M_p} \frac{(|\vec{p}_{e'}|)^2}{|\vec{p}_e|} \frac{|\mathcal{M}|^2}{|E_{p'}|\vec{p}_{e'}| + E_{e'}(|\vec{p}_{e'}| - |\vec{p}_e| \cos \theta_e)} \quad (4.10)$$

$\theta_e$  correspond à l'angle de l'électron diffusé, et  $\mathcal{M}$  est l'amplitude de diffusion.

#### 4.4.2 Section efficace de Born pour un proton détecté

$|\mathcal{M}|^2$  est le carré de l'amplitude de diffusion correspondant à l'échange d'un photon virtuel. En gardant les définitions des courants leptoniques et hadroniques, l'amplitude s'exprime comme :

$$\mathcal{M} = i e^2 \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma_\mu u(p_e, h_e) \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} \bar{u}(p_{p'}, h_{p'}) \Gamma_\nu u(p_p, h_p) \quad (4.11)$$

Dans cette expression,  $\frac{g^{\mu\nu}}{q^2}$  est le propagateur du photon. Voici quelques propriétés et règles qui vont permettre de remonter jusqu'à la section efficace de Born.

1.

$$\left[ \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma_\nu u(p_e, h_e) \right]^* = \bar{u}(p_e, h_e) \gamma_\nu u(p_{e'}, h_{e'}) \quad (4.12)$$

2. tenseur leptonique :

$$L_{\mu\nu}^e = \frac{1}{2} \sum_{(e_{spin})} \left[ \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma_\mu u(p_e, h_e) \right] \left[ \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma_\nu u(p_e, h_e) \right]^* = \frac{1}{2} Tr \left( (\not{p}_e + m) \gamma_\mu (\not{p}_e + m) \gamma_\nu \right) \quad (4.13)$$

3. tenseur hadronique :

$$L_{\mu\nu}^p = \frac{1}{2} \sum_{(p_{spin})} \left[ \bar{u}(p_{p'}, h_{p'}) \Gamma_\mu u(p_p, h_p) \right] \left[ \bar{u}(p_{p'}, h_{p'}) \Gamma_\nu u(p_p, h_p) \right]^* = \frac{1}{2} Tr \left( (\not{p}_p + m) \Gamma_\mu (\not{p}_p + m) \Gamma_\nu \right) \quad (4.14)$$

4. Finalement :

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{e^4}{q^4} L_{\mu\nu}^e L_P^{\mu\nu} \quad (4.15)$$

La section efficace de Born  $\frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_e}$  est calculée pour un électron détecté en voie de sortie :

$$\boxed{\frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_e} = \frac{\alpha^2}{Q^4} \frac{4 \cos^2 \frac{\theta_e}{2}}{1 + 2 \frac{E}{M_p} \sin^2 \frac{\theta_e}{2}} \left[ \frac{(G_E^{\gamma,p})^2 + \tau (G_M^{\gamma,p})^2}{1 + \tau} + 2\tau \tan^2 \frac{\theta_e}{2} (G_M^{\gamma,p})^2 \right]} \quad (4.16)$$

$\theta_e$  est l'angle de l'électron de sortie avec l'électron incident. Les définitions des facteurs de forme ainsi que de  $\tau$  sont données dans le premier chapitre. Lors de la phase angle avant de  $G^0$ , le proton est détecté mais le rapport des sections efficaces fait intervenir uniquement des facteurs cinématiques :

$$\frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_P} = \left( \frac{|\vec{p}_{e'}|}{|\vec{p}_{p'}|} \right)^2 \left| \frac{E_{e'} \cdot |\vec{p}_{p'}| + E_{p'} \cdot (|\vec{p}_{p'}| - |\vec{p}_e| \cos \theta_p)}{E_{p'} \cdot |\vec{p}_{e'}| + E_{e'} \cdot (|\vec{p}_{e'}| - |\vec{p}_e| \cos \theta_e)} \right| \frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_e} \quad (4.17)$$

### 4.4.3 Les corrections radiatives internes

Une des principales difficultés de  $G^0$  est de séparer les protons élastiques d'un fond constitué de  $\pi^+$  et de protons inélastiques. Une fois la séparation réalisée, on calcule l'asymétrie du pic élastique. La valeur théorique de l'asymétrie est calculée à partir de la section efficace de Born. Or celle-ci correspond à la probabilité de diffusion du processus élastique à l'ordre le plus bas (en  $\alpha^2$ ). Expérimentalement, les protons élastiques vont être accompagnés de protons venant des réactions d'ordre supérieurs, que nous devons calculer afin de pouvoir remonter à la section efficace de Born, donc à l'asymétrie de violation de la parité. Étant donné que nous nous limitons à l'ordre immédiatement supérieur à l'approximation de Born, seuls les graphes contribuant à l'ordre  $\alpha^3$  seront considérés.

Deux cas sont à prendre en compte selon l'état final :

- (électron + proton) dans l'état final  
 $\hookrightarrow$  **Born + Corrections radiatives virtuelles** : les corrections radiatives virtuelles conduisent au même état final que les graphes de l'approximation de Born.
- (électron + proton + photon) dans l'état final  
 $\hookrightarrow$  **Corrections radiatives réelles** : un photon réel est émis dans la voie finale.

#### Les corrections radiatives virtuelles

Les photons virtuels échangés ne vont pas modifier la cinématique, mais leur contribution à la section efficace de Born sera prise en compte au niveau de l'amplitude de diffusion. Les diagrammes de Feynman faisant partie des corrections radiatives internes virtuelles sont les suivants :

##### ★ Correction de vertex (graphe a)

La correction de vertex correspond à l'émission d'un photon par l'électron en voie d'entrée, puis sa réabsorption par l'électron après interaction avec le proton (électron diffusé).

##### ★ Polarisation du vide (graphe c)

La polarisation du vide, encore appelée self-énergie du vide, correspond à une boucle fermée de fermions mettant en jeu une paire de fermion-antifermion issue du vide de QED.

##### ★ Self-énergie (graphes b1 et b2)

La correction de self-énergie ressemble à la correction de vertex, à la différence que le photon émis par l'électron en voie d'entrée est réabsorbé par celui-ci avant interaction. De même il peut correspondre



à l'émission et réabsorption d'un photon par l'électron de sortie.

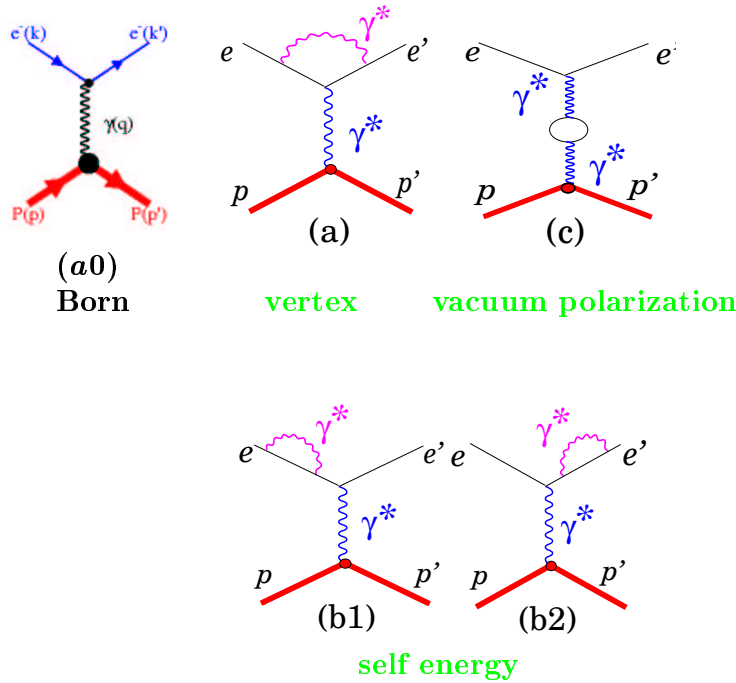


FIG. 4.7 – Graphes contribuant aux corrections radiatives internes virtuelles.

### Les corrections radiatives réelles

Les corrections radiatives réelles correspondent aux graphes de la figure 4.8. Ces graphes ont un état final à 3 corps : électron, proton et photon. L'effet *visible* des corrections radiatives internes réelles, dans le cadre de l'expérience  $G^0$ , n'est pas la présence de photons dans les détecteurs. Le champ magnétique est tel que seuls les protons (ainsi que les  $\pi^+$ ) sont détectés. Par contre, étant donné que les photons réels participent à la cinématique, leur présence va directement contribuer à modifier l'énergie et l'impulsion de l'électron. Puis, par le biais de la cinématique, ceci va contribuer à modifier l'énergie et l'impulsion du proton. L'énergie de l'électron incident est de 3 GeV, et le proton de la cible est au repos. Dans le tableau, sont comparées les énergies du proton pour différentes énergies incidentes, ainsi qu'à 3 valeurs de l'angle  $\theta_p$  du proton de sortie. On constate que selon l'angle  $\theta_p$  du proton de sortie, le proton perd beaucoup moins d'énergie (par un facteur supérieur à 10) que l'électron incident. La cinématique a donc pour effet de **minimiser** la contribution des corrections radiatives.

$E_{inc}$ (En % de $E_{Max}$ )	3 GeV - $E_{inc}$	$\theta_P$ (deg.)	$T_P$ (MeV)	$T_P^{3GeV}(\theta_P) - T_P(\theta_P)$
3 GeV(100%)	0 MeV	50	591.9 MeV (100%)	0 MeV
2.7 GeV (90%)	300 MeV		552.9 MeV (93.4%)	39 MeV
2.4 GeV (80%)	600 MeV		509.6 MeV (86.1%)	82.3 MeV
1.8 GeV (60%)	1200 MeV		407.9 MeV (68.9%)	184 MeV
3 GeV(100%)	0 MeV	60	318.4 MeV (100%)	0 MeV
2.7 GeV (90%)	300 MeV		299.7 MeV (94.1%)	18.7 MeV
2.4 GeV (80%)	600 MeV		278.5 MeV (87.5%)	39.9 MeV
1.8 GeV (60%)	1200 MeV		227.3 MeV (71.4%)	91.1 MeV
3 GeV(100%)	0 MeV	70	136.7 MeV (100%)	0 MeV
2.7 GeV (90%)	300 MeV		129.2 MeV (94.5%)	7.5 MeV
2.4 GeV (80%)	600 MeV		120.8 MeV (88.3%)	15.9 MeV
1.8 GeV(60%)	1200 MeV		99.9 MeV (73.1%)	36.8 MeV

TAB. 4.2 – Tableau de cinématique à 2 corps donnant l'énergie cinétique du proton pour différentes énergies de l'électron incident, ainsi que plusieurs angles  $\theta_P$  du proton de sortie ; (3 GeV -  $E_{inc}$ ) représente la différence d'énergie entre l'énergie du faisceau et l'énergie des électrons incidents. ( $T_P^{3GeV}(\theta_P) - T_P(\theta_P)$ ) est la différence d'énergie du proton correspondante.

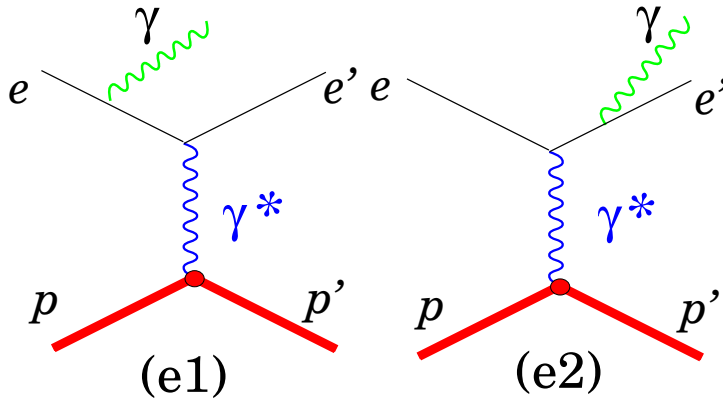


FIG. 4.8 – Graphes correspondant aux corrections radiatives internes réelles.

#### 4.4.4 Étude des divergences

Les corrections radiatives internes engendrent des diagrammes qui comportent des divergences (ultraviolettes ou infrarouges). Savoir traiter correctement les divergences pour n'obtenir que des termes finis est une étape indispensable dans le calcul des corrections radiatives. Les divergences associées aux différents types de corrections radiatives sont les suivantes [40] :

1. les corrections radiatives internes virtuelles (figure 4.7) ainsi que le terme de Born (figure 4.6) :  
 $\rightsquigarrow$  divergence logarithmique infrarouge et divergence logarithmique et linéaire ultraviolette.
2. les corrections radiatives internes réelles : (diagrammes e1 et e2 de la figure 4.8)  
 $\rightsquigarrow$  divergence logarithmique infrarouge.

Afin d'éliminer ces divergences, on passe par deux étapes :

##### ★ la renormalisation

Le but de la renormalisation est de traiter les divergences ultraviolettes venant des termes de corrections radiatives internes virtuelles. Elle consiste à redéfinir les quantités nues (masse, charge, ...) en l'absence d'interaction dans le Lagrangien de QED, et de l'exprimer en fonction de quantités mesurables. Lors de la compensation ultraviolette, des termes divergents infrarouges vont apparaître. Les termes divergents infrarouge compensent les termes divergents infrarouges issus des effets radiatifs réels ainsi que les termes de corrections radiatives internes virtuelles. Ceci est illustré sur la figure 4.9, tirée de [40].

##### ★ la régularisation des intégrales

La régularisation consiste à modifier l'intégrale afin qu'elle devienne convergente.

#### 4.4.5 Calcul des corrections radiatives internes

On peut séparer les photons émis par rayonnement interne en deux catégories : les photons durs et les photons mous. On désigne par  $\Delta E$  la résolution expérimentale. La valeur de  $\Delta E$  correspond à la limite de détection des photons mous. Dans la suite, nous allons voir comment va intervenir cette coupure et montrer un moyen de la déterminer.

### 4.5 Calcul de la section efficace différentielle $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p dE_p}$ [13, 48]

Le point de départ du calcul de la section efficace triplement différentielle  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_p dE_p}$  est le calcul de l'amplitude de diffusion correspondant aux diagrammes des corrections radiatives internes réelles (figure 4.8) correspondant à l'échange d'un photon virtuel. La section différentielle cinq fois différentielle est alors intégrée sur toutes les directions du photon émis. Dans le paragraphe 4.4.1, on a défini les courants leptoniques et hadroniques dans le cadre du calcul de la section efficace de Born. Pour les corrections radiatives internes réelles, la partie hadronique reste inchangée. Seule la partie leptonique est modifiée, puisque c'est sur elle que vient se rattacher le photon réel. L'originalité du calcul consiste non seulement à calculer l'amplitude de diffusion avec les corrections radiatives internes réelles dans

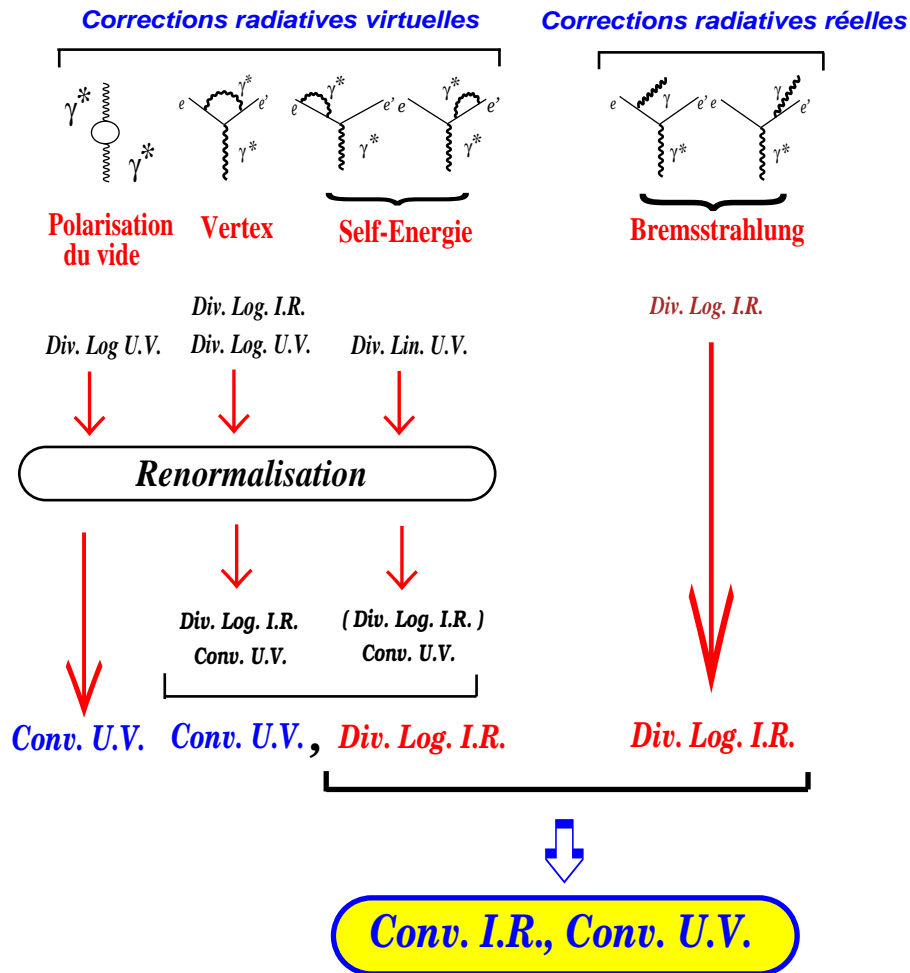


FIG. 4.9 – Résumé du traitement des divergences ultraviolettes (U.V) et infrarouges (I.R)

le cadre des interactions électromagnétiques, soit avec un photon échangé entre les bras leptoniques et hadroniques, mais aussi de le faire au niveau de l'interaction faible, avec un  $Z^0$  échangé à la place du photon. Au niveau des sections efficaces aucun effet ne sera visible, étant donné que l'intensité de l'interaction faible est négligeable par rapport à celle de l'interaction électromagnétique. Par contre étant donné que l'interaction faible viole la symétrie discrète de parité, nous pouvons calculer l'asymétrie dans la queue radiative.

### 4.5.1 Modèle d'étrangeté dans le calcul de l'asymétrie

L'expression de l'asymétrie de violation de la parité fait intervenir des facteurs de forme électromagnétique du proton et du neutron. Ces facteurs de forme interviennent au travers des courants hadroniques. La contribution des quarks étranges apparaît au travers de facteurs de forme, qui dans notre cas ne peuvent être que des modèles d'étrangeté. Le modèle utilisé dans nos calculs est le modèle dit de Hammer [27] qui généralise le modèle de R.L. Jaffe [32] avec des contraintes de la QCD perturbative et la prise en compte de données expérimentales plus nombreuses. Les contributions des quarks étranges aux facteurs de forme ont une dépendance en  $Q^2$  de la forme :

$$G_E^s(Q^2) = \rho_s \tau (G)_D \xi_E^{(s)} \quad G_M^s(Q^2) = \mu_s (G)_D \xi_M^{(s)} \quad (4.18)$$

avec  $(G)_D$  la variation dipolaire du facteur de forme et,

$$\xi_{E,M}^{(s)} = \frac{1}{1 + \lambda_{E,M}^{(s)} \tau} \quad (4.19)$$

Les paramètres du modèle sont le moment magnétique étrange  $\mu_s$  et un paramètre proportionnel au rayon carré moyen étrange  $\rho_s$  :

$$\rho_s = -2.93 \quad (4.20a)$$

$$\mu_s = -0.24 \quad (4.20b)$$

### 4.5.2 Description des graphes intervenant dans le calcul des corrections radiatives internes réelles

Le calcul des corrections radiatives réelles fait intervenir un photon de bremsstrahlung émis par l'électron diffusé. Le photon est émis soit avant l'interaction de l'électron avec le proton, soit après. Afin de traiter l'asymétrie de violation de la parité dans la queue radiative, les graphes d'émission d'un photon de bremsstrahlung contiennent, soit l'échange d'un photon virtuel (figures 4.10 et 4.12), soit l'échange d'un boson  $Z^0$ , (figures 4.11 et 4.13).

L'amplitude de diffusion correspondant aux corrections radiatives internes réelles associées à la diffusion élastique électron-proton est la somme des amplitudes de diffusion des quatre diagrammes (figures 4.10 à 4.13). L'amplitude de diffusion fait intervenir en plus des courants électromagnétiques

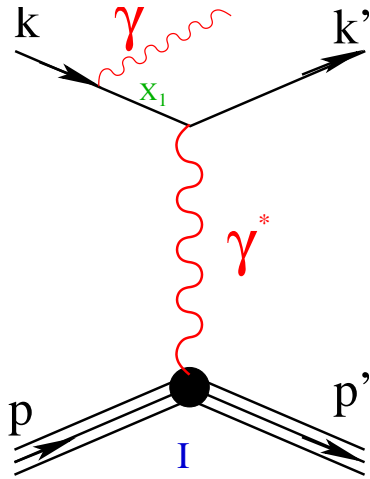
hadronique et leptonique, les courants faibles neutres, ainsi que la partie photon réel.

$$\mathcal{M}(p_{e'}, P_{N'}, h_{e'}, h_{p'}, h_\gamma, p_\gamma, p_e, P_N, h_e, h_p) = \sum_{i=I, II, III, IV} \mathcal{M}_i(p_{e'}, P_{N'}, h_{e'}, h_{p'}, h_\gamma, p_\gamma, p_e, P_N, h_e, h_p) \quad (4.21)$$

où chaque indice  $i$  représente un graphe différent.

### 4.5.3 Expressions des différentes amplitudes $\mathcal{M}_i$

- interaction électromagnétique, le photon réel est émis avant l'interaction du photon virtuel.



L'électron entrant ( $p_e$ ) émet un photon avant d'interagir avec le proton via l'échange d'un photon virtuel.  $P_{x_1}$  désigne le propagateur **fermionique** entre le vertex d'émission du photon réel et le vertex d'émission du photon virtuel d'interaction électromagnétique.  $x_1$  est le quadri-moment associé à l'électron après l'émission du photon virtuel. Il se calcule par conservation de l'énergie impulsion au vertex d'émission du  $\gamma$  virtuel :

$$x_1 = p_e - p_\gamma$$

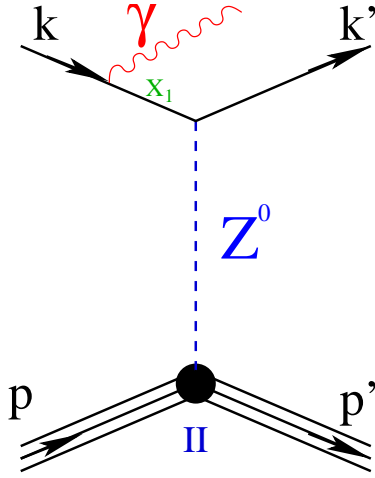
FIG. 4.10 – Emission radiative en voie d'entrée dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un  $\gamma$  virtuel.

$$\mathcal{M}_I = ie^3 \frac{1}{x_1^2 - m^2} \frac{1}{q^2} \mathcal{J}_{E.M.,\mu}^{(P)} \left[ \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma^\mu (\not{x}_1 + m) \gamma^\nu u(p_e, h_e) \right] \epsilon_\nu^*(p_\gamma, h_\gamma) \quad (4.22)$$

Dans cette expression, on retrouve le propagateur fermionique :  $P_{x_1} = i \frac{\not{x}_1 + m}{x_1^2 - m^2}$  où  $\not{x}_1 = \gamma_\mu x_1^\mu$

ainsi que le courant électromagnétique du proton :  $\mathcal{J}_{E.M.,\mu}^{(P)}$ .

- interaction faible, le photon réel est émis avant le  $Z^0$ .



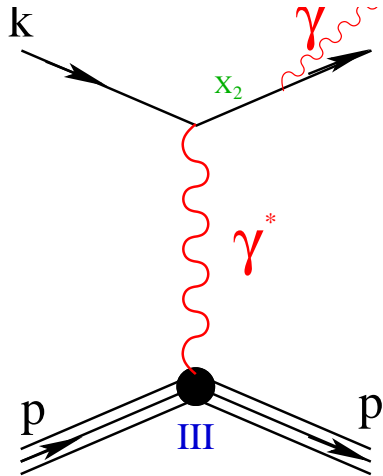
L'électron entrant ( $p_e$ ) émet un photon avant d'interagir avec le proton via l'échange d'un  $Z^0$  virtuel (vecteur de l'interaction faible neutre).  $x_1$  désigne le propagateur **fermionique** entre le vertex d'émission du photon réel et le vertex d'émission du  $Z^0$  virtuel.

L'expression de  $x_1$  reste inchangée étant donné que le vertex d'émission du photon virtuel n'est pas affectée par la présence du  $Z^0$ .

FIG. 4.11 – Emission radiative en voie d'entrée dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un  $Z^0$  virtuel.

$$\mathcal{M}_{II} = ie \frac{G}{2\sqrt{2}} \frac{1}{x_1^2 - m^2} \frac{1}{1 - \frac{q^2}{M_Z^2}} \left( g_{VV'} - \frac{q_V q_{V'}}{M_Z^2} \right) (J_{NC}^{V'}) \left[ \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) [g_V^e \gamma^\mu + g_A^e \gamma^\mu \gamma^5] (\not{x}_1 + m) \gamma^\nu u(p_e, h_e) \right] \epsilon_\nu^*(p_\gamma, \lambda) \quad (4.23)$$

- interaction électromagnétique, le photon réel est émis après le photon virtuel.



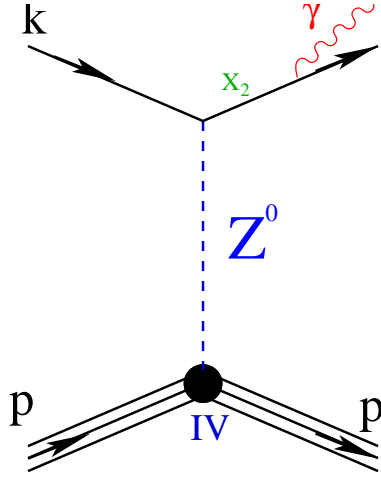
L'électron sortant ( $p_{e'}$ ) émet un photon après l'interaction avec le proton via l'échange d'un photon virtuel.  $x_2$  désigne le propagateur **fermionique** entre le vertex d'émission du photon virtuel d'interaction électromagnétique et le vertex d'émission du photon réel de bremsstrahlung. Il se calcule par conservation de l'énergie impulsion au vertex d'émission du  $\gamma$  virtuel :

$$x_2 = p_{e'} + p_\gamma.$$

FIG. 4.12 – Émission radiative en voie de sortie dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un  $\gamma$  virtuel.

$$\mathcal{M}_{III} = ie^3 \frac{1}{x_2^2 - m^2} \frac{1}{q^2} \mathcal{J}_{E.M.,\mu}^{(P)} \left[ \bar{u}(p_{e'}, h_{e'}) \gamma^\nu (\not{x}_2 + m) \gamma^\mu u(p_e, h_e) \right] \epsilon_\mu^*(p_\gamma, \lambda) \quad (4.24)$$

- interaction faible, le photon réel est émis après le  $Z^0$ .



L'électron sortant ( $p_{e'}$ ) émet un photon après l'interaction avec le proton via l'échange d'un  $Z^0$  virtuel.  $x_2$  désigne le propagateur **fermionique** entre le vertex d'émission du  $Z^0$  virtuel d'interaction et le vertex d'émission du photon réel de bremsstrahlung. L'expression de  $x_2$  reste inchangée étant donné que le vertex d'émission du photon virtuel n'est pas affectée par la présence du  $Z^0$ .

FIG. 4.13 – Effet radiatif en voie de sortie dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un  $Z^0$  virtuel.

$$\mathcal{M}_{IV} = ie \frac{G}{2\sqrt{2}} \frac{1}{x_1^2 - m^2} \frac{1}{1 - \frac{q^2}{M_Z^2}} \left( g_{VV'} - \frac{q_V q_{V'}}{M_Z^2} \right) (J_{NC}') \left[ \bar{u}(p_{e'}, h_e') [g_V^e \gamma^\mu + g_A^e \gamma^\mu \gamma^5] (\not{x}_1 + m) \gamma^\nu u(p_e, h_e) \right] \epsilon_\nu^*(p_\gamma, \lambda) \quad (4.25)$$

#### 4.5.4 Étude des propagateurs $P_{x_1}$ et $P_{x_2}$

Les propagateurs fermioniques  $P_{x_1}$  et  $P_{x_2}$  doivent leur existence à l'émission d'un photon réel sur le bras leptonique. La réaction est dorénavant une réaction à 3 corps (électron, proton, et photon) dans l'état final. La section efficace différentielle correspondant à une réaction à 3 corps s'écrit sous la forme :  $\frac{d^5\sigma}{d\Omega_p dE_p d\Omega_\gamma}$  étant donné qu'on intègre sur les variables de l'électron (car on détecte le proton). Dans le but d'obtenir une section efficace différentielle ne dépendant pas du photon (proton détecté), nous devons intégrer la section efficace différentielle d'ordre 5 sur les variables du photon, tout en contrôlant les divergences. La première étape consiste à regarder le dénominateur des propagateurs fermioniques  $P_{x_1}$  et  $P_{x_2}$ , afin d'en estimer le maximum. Par ce biais, nous serons en mesure de déterminer quelles directions du photon sont ainsi privilégiées.

##### En voie d'entrée

$$x_1^2 - m^2 = (p_e - p_\gamma)^2 - m^2 = -2p_e p_\gamma = -2E_\gamma(E_e - |\vec{p}_e| \cos \theta_\gamma) \quad (4.26)$$

L'angle  $\theta_\gamma$  représente l'angle entre l'électron incident et le photon réel émis par celui-ci en voie d'entrée.

Nous pouvons voir pour quel angle  $\theta_\gamma$  le propagateur est maximum. On peut réécrire l'inverse du



propagateur comme :

$$x_1^2 - m^2 = -2E_\gamma(E_e - \sqrt{E_e^2 - m^2} \cos \theta_\gamma) \quad (4.27)$$

et chercher sa valeur minimum. On remarque qu'il ne peut pas s'annuler et donc provoquer une divergence du propagateur. L'inverse du propagateur est minimum lorsque  $\cos \theta_\gamma$  est maximum, soit lorsque le photon réel émis est parallèle à l'électron incident.

### En voie de sortie

Pour un photon réel émis par l'électron diffusé, on peut écrire l'inverse du propagateur :

$$x_2^2 - m^2 = (p_{e'} + p_\gamma)^2 - m^2 = 2p_{e'} p_\gamma = 2E_\gamma(E_{e'} - |\vec{p}_{e'}| \cos \theta_{\gamma'}) \quad (4.28)$$

L'angle  $\theta_{\gamma'}$  représente l'angle entre l'électron diffusé et le photon réel émis par celui-ci en voie de sortie. De même, on remarque que l'inverse du propagateur ne peut pas s'annuler, donc le propagateur fermionique ne peut diverger. L'inverse du propagateur est minimum lorsque  $\cos \theta_{\gamma'}$  est maximum, soit lorsque le photon réel émis est parallèle à l'électron diffusé.

Une des conséquences de ces propriétés, est l'**approximation du peaking** ([42],[49]). Pour des énergies inférieures aux énergies de coupure<sup>1</sup>, il est possible de simplifier la section efficace différentielle de la queue radiative, en prenant séparément les amplitudes des diagrammes 4.10 et 4.11, sans prendre en compte le terme d'interférence (terme croisé). Cette approximation n'est plus valable lorsqu'on détecte le proton, comme pour  $G^0$ .

## 4.6 Validation du programme de calcul de l'amplitude de diffusion pour les corrections radiatives internes réelles [13, 48]

Un des avantages d'utiliser une méthode de calcul basée sur des sommes sur toutes les variables quantiques, est d'éviter de calculer des traces de matrices  $\gamma$  de Dirac. En effet, ce calcul de traces comporte de nombreuses sources d'erreurs. Pour vérifier la justesse du programme calculant des amplitudes de diffusion, on utilise les outils de vérification suivants :

### • l'invariance de jauge

Étant donné que la théorie électro-faible vérifie l'invariance de jauge, nous devons la vérifier dans tout notre calcul. L'invariance de jauge se traduit par la relation suivante :

$$p_\gamma^\nu \mathcal{J}_{E.M,\mu}^{(P)} \mathcal{J}_{E.M}^{(e)},{}^{\mu\nu} = 0 \quad (4.29)$$

<sup>1</sup>Énergie séparant le régime des photons mous de celui des photons durs, voir section 4.7

$J_{E.M}^{(e), \mu\nu}$  étant le courant leptonique associé au bras leptonique ainsi qu'à l'émission du photon réel. Dans le programme qui calcule la section efficace différentielle  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$ , il est impératif de tenir compte des deux diagrammes 4.10 et 4.11 (celui qui donne un photon réel en voie d'entrée et celui qui en donne un en voie de sortie) pour que le calcul soit invariant de jauge.

#### • Retrouver l'amplitude donné par Mo et Tsai

Dans leur article ([42]), Mo et Tsai donnent l'expression de l'amplitude de diffusion correspondant aux diagrammes 4.10 et 4.11. Nous pouvons ainsi vérifier la partie électromagnétique de l'amplitude.

## 4.7 Comment contourner les problèmes de divergence : notion de zone asymptotique [13]

Après avoir vérifié le calcul de la section efficace de bremsstrahlung nous pouvons passer à l'étape suivante, qui consiste à l'intégrer sur les variables des particules qui ne vont pas être détectées :

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = \iint_{\Omega} \frac{d^5\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}d\Omega_{\gamma}} d\Omega_{\gamma} \quad (4.30)$$

Or la section efficace différentielle  $\frac{d^5\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}d\Omega_{\gamma}}$  diverge pour l'émission de photons mous, donc pour des énergies du proton proches de l'énergie de la diffusion élastique. Pour traiter cette divergence on partage le domaine d'énergie en 2 parties :

1. de  $E_{p'}^{min} \approx 5 \text{ MeV}$  à  $E_{p'}^{cut}$
2. de  $E_{p'}^{cut}$  à  $E_{p'}^{elas}$

$E_{p'}^{cut}$  représente l'énergie de coupure entre photons mous et photons durs. La partie photons durs se calcule de façon **exacte** par notre programme. Par contre pour des énergies comprises entre l'énergie de coupure et l'énergie de l'élastique, non seulement la section efficace différentielle de la queue radiative  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$  diverge, mais en plus elle ne tient pas compte des effets radiatifs internes virtuels.

Pour résoudre ces deux problèmes, nous introduisons un facteur de normalisations  $\mathcal{A}(E_{p'}^{cut})$  appelé fonction d'atténuation qui relie l'intégrale de la section efficace de la queue radiative, entre l'énergie de coupure et l'énergie de l'élastique, à la section efficace de Born par la relation :

$$\boxed{\int_{E_{p'}^{elas} - \Delta E_{cut p'}}^{E_{p'}^{elas}} \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} dE_{p'} = \mathcal{A}(E_{p'}^{cut}) \frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_{p'}}} \quad (4.31)$$

où la fonction d'atténuation  $\mathcal{A}(E_{p'})$  se déduit du facteur d'atténuation  $\kappa$  calculé dans le cas où on détecte **un électron** selon la référence [58] : Le facteur  $\kappa$  se calcule sur **l'électron** en utilisant les

diagrammes des corrections radiatives internes virtuelles (graphes a et c de la figure 4.7) ainsi que les diagrammes des corrections radiatives internes réelles avec émission de photons mous de la figure 4.8. Il est donnée par la relation :

$$\kappa = \frac{e^{\delta_{vertex} + \delta_R}}{(1 - \delta_{vide}/2)^2} \quad (4.32)$$

où  $\delta_{vertex}$ ,  $\delta_R$  et  $\delta_{vide}$  sont respectivement des facteurs de correction de vertex, réels et de polarisation du vide.

L'expression du facteur d'atténuation sur le proton se déduit du calcul sur l'électron par la relation suivante :

$$\mathcal{A}(E_{p'}) = \frac{N}{D}$$

$$N = \int \kappa \frac{d^5\sigma}{d\Omega_{p'} dE_{p'} d\Omega_\gamma} d\Omega_\gamma$$

$$D = \int \frac{d^5\sigma}{d\Omega_{p'} dE_{p'} d\Omega_\gamma} d\Omega_\gamma$$

#### 4.7.1 Détermination de la coupure $E_{p'}^{cut}$

L'expression du facteur d'atténuation est donnée par la théorie. Par contre la valeur de  $E_{p'}^{cut}$  séparant le régime des photons mous de celui des photons durs est un paramètre expérimental. Si nous intégrons la section efficace  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'} dE_{p'}}$  sur tout le domaine en énergie, soit entre  $E_{min} = 5MeV$  à  $E_{max} = E_{p'}^{Elas}$ , cette intégrale ne doit pas dépendre de la coupure  $E_{p'}^{cut}$  car la séparation entre photons mous et photons

durs n'est qu'un artifice calculatoire. La méthode consiste à tracer  $I(E_{p'}^{cut}) = \int_{E_{min}^{p'}}^{E_{p'}^{Elas}} \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'} dE_{p'}} dE_{p'}$  en fonction de  $E_{p'}^{cut}$ . Pour cela nous l'écrivons sous la forme :

$$I(E_{p'}^{cut}) = \int_{E_{min}^{p'}}^{E_{p'}^{cut}} \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'} dE_{p'}} + \mathcal{A}(E_{p'}^{cut}) \frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_{p'}} \quad (4.33)$$

On remarque que cette intégrale est une fonction qui décroît lentement, passe par un palier puis croît très rapidement lorsque  $E_{p'}$  tend vers l'énergie de l'élastique  $E_{p'}^{elas}$ . La position de l'énergie de coupure  $E_{p'}^{cut}$  correspond au minimum de l'intégrale (en rose sur la figure 4.14).

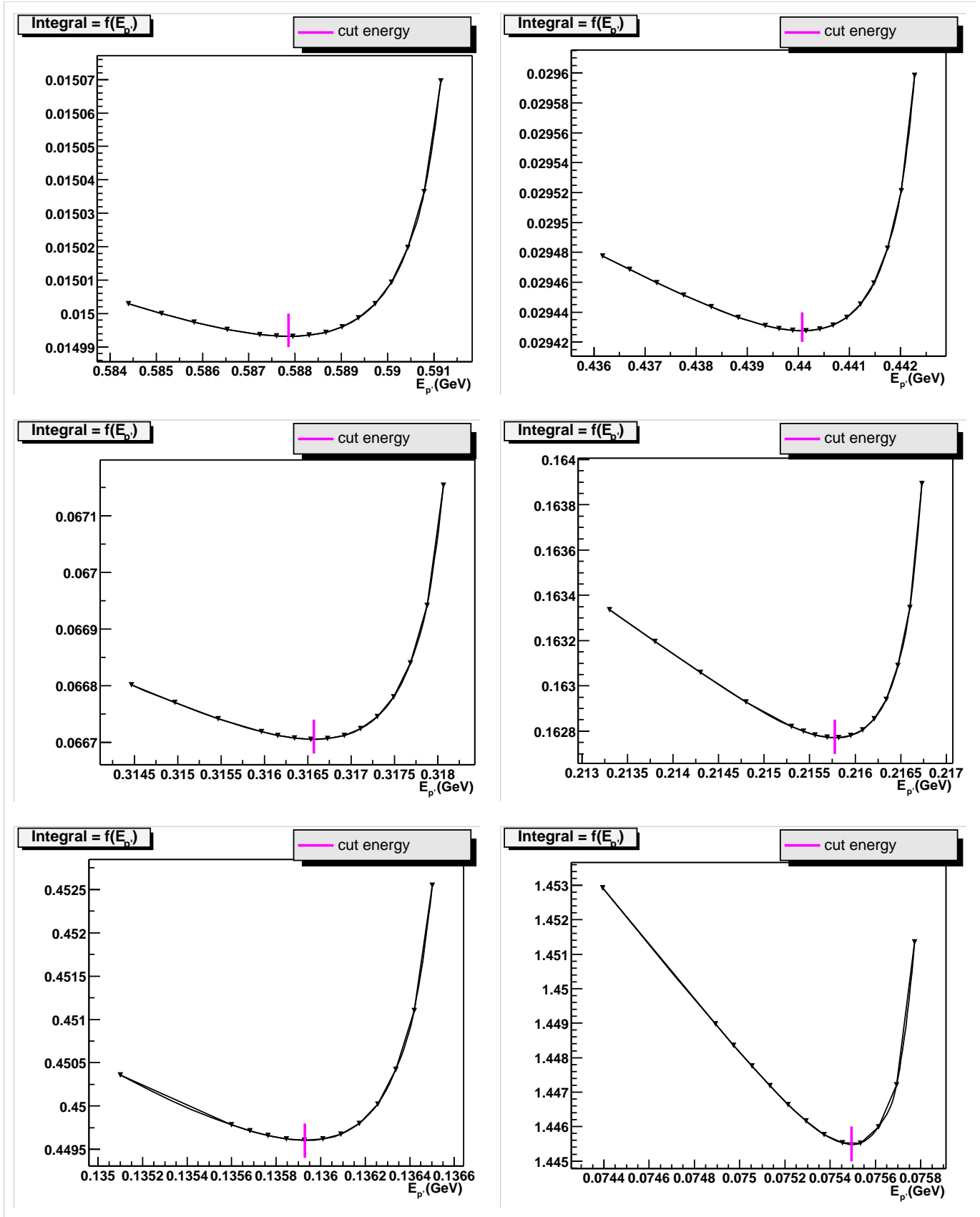


FIG. 4.14 – Détermination de la coupure en énergie pour une énergie incidente de 3 GeV et pour 6 angles  $\theta_{p'}$  du proton de recul

### 4.7.2 Prolongement de $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$

Les propagateurs  $P_{X_1}$  et  $P_{X_2}$  étant en  $\frac{1}{E_\gamma}$ , la section efficace différentielle  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$  diverge lorsque l'énergie du photon tend vers zéro. Or pour faire des simulations, nous devons calculer une section efficace différentielle de la queue radiative, pour chaque angle  $\theta_{p'}$ , ainsi que pour chaque énergie du proton de recul ( $\in [E_{min}^{p'}, E_{Elas}^{p'}]$ ). Nous devons donc lever cette divergence tout en respectant l'équation 4.31. La section efficace différentielle  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$  doit être continue en énergie au passage de l'énergie de coupure, et on impose aussi que sa dérivée soit continue. Nous devons donc faire un prolongement analytique de la fonction  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}}$  sur l'intervalle  $[E_{p'}^{cut}, E_{p'}^{elas}]$ , en suivant les 3 conditions suivantes (on notera l'énergie de coupure :  $E_{p'}^{cut} = E_{p'}^{elas} - \Delta E_{cut}^{p'}$ ) :

1.  $\int_{E_{p'}^{cut}}^{E_{p'}^{elas}} \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} dE_{p'} = \mathcal{A}(E_{p'}^{cut}) \frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_{p'}}$
2.  $\left[ \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} \right] (E_{p'} \xrightarrow{E_{p'} \leq E_{p'}^{cut}} E_{p'}^{cut}) = \left[ \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} \right] (E_{p'} \xrightarrow{E_{p'} \geq E_{p'}^{cut}} E_{p'}^{cut})$
3.  $\left[ \frac{\partial}{\partial E_{p'}} \left( \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} \right) \right] (E_{p'} \xrightarrow{E_{p'} \leq E_{p'}^{cut}} E_{p'}^{cut}) = \left[ \frac{\partial}{\partial E_{p'}} \left( \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} \right) \right] (E_{p'} \xrightarrow{E_{p'} \geq E_{p'}^{cut}} E_{p'}^{cut})$

La fonction choisie compte tenu des 3 conditions est un **polynôme du second degré** en  $(T_{p'}^{Elas} - T_{p'})$  où T désigne l'énergie cinétique du proton de recul. Donc pour  $E_{p'} > E_{p'}^{cut}$  on a :

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = a_0(E_{inc}, \theta_{p'}, T_{p'}) + a_1(E_{inc}, \theta_{p'}, T_{p'}) * (T_{p'}^{Elas} - T_{p'}) + a_2(E_{inc}, \theta_{p'}, T_{p'}) * (T_{p'}^{Elas} - T_{p'})^2 \quad (4.34)$$

On remarque que l'angle  $\phi_{p'}$  n'apparaît pas dans nos expressions car aucune des amplitudes de diffusions utilisées n'en dépendent. Notons que la zone d'énergie comprise entre  $T_{p'}^{cut}$  et  $T_{p'}^{elas}$  se nomme la **zone asymptotique**.

## 4.8 Générateur d'évènements

Au cours de l'expérience  $G^0$ , les électrons vont subir diverses pertes d'énergie avant d'interagir avec un proton de la cible. Bien que leur énergie initiale soit de 3 GeV, au moment de l'interaction, leur énergie peut être bien plus faible compte tenu des corrections radiatives externes. Pour nos calculs de la section efficace de bremsstrahlung nous devons donc tenir compte de l'acceptance en  $\theta_{p'}$ , en  $E_{p'}$ , mais aussi en  $E_{inc}$ . L'acceptance en  $\theta_{p'}$  et  $E_{p'}$  est donnée par la géométrie du détecteur. Compte tenu de la longueur du temps de calcul, nous ne pouvons pas calculer nos sections efficaces de corrections radiatives internes à toutes les énergies incidentes (sachant que les corrections radiatives externes peuvent faire perdre la totalité de son énergie à l'électron). Nous devons donc faire une coupure en énergie incidente et évaluer le pourcentage des évènements que nous n'avons pas pris en compte.

Nous représentons dans le tableau 4.8 pour chaque coupure en énergie  $E_0$ , l'intégrale entre 0 et la coupure  $E_0$ . Cette intégrale représente la probabilité pour l'électron de perdre l'énergie  $E_0$ .

$E_0$ en GeV	Probabilité de perdre $E_0$
$10^{-6} GeV$	64.8%
$10^{-4} GeV$	74.8%
$1 MeV$	80.0%
$10 MeV$	85.8%
$100 MeV$	92.1%
$200 MeV$	93.7%
$500 MeV$	96.0%

TAB. 4.3 – Tableau représentant la probabilité que l'électron perde l'énergie  $E_0$

Étant donné que la probabilité de perdre plus de 500 MeV est très faible (moins de 4%), nous avons décidé de faire notre calcul pour  $E_{inc} \in [2.5 GeV, 3 GeV]$ . Notons que plus de 60% des électrons incidents perdent moins de 1 keV.

### 4.8.1 Discrétisation des variables

Le calcul de la section efficace différentielle inclut une intégration sur toutes les variables du photon. Non seulement le programme nous permet de calculer la section efficace différentielle de bremsstrahlung, mais aussi grâce au calcul des diagrammes d'échange du  $Z^0$ , nous pouvons calculer l'asymétrie associée à la queue radiative. Pour diminuer le temps de calcul, nous avons décidé de sortir les résultats pour différentes valeurs de  $\theta_{p'}$ ,  $E_{p'}$ , et  $E_{inc}$ , de les mettre dans des tableaux, puis d'interpoler dans ces tableaux. Nous calculons donc une série de valeur discrètes de  $\theta_{p'} \in [48^\circ, 77^\circ]$ ,  $T_{p'}(E_{inc}, \theta_{p'}) \in [2 MeV, T_{p'}^{elas}(E_{inc}, \theta_{p'})]$ , et  $E_{inc} \in [2.5 GeV, 3 GeV]$ .

### 4.8.2 Problèmes d'interpolation

Considérons la diffusion d'un électron incident d'énergie  $E_{inc}^0$  comprise entre deux énergies  $E_1 = 2.975 GeV$  et  $E_2 = 3 GeV$  pour lesquelles la section efficace  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'} dE_{p'}}$  a été calculée. Pour générer des événements, nous tirons aléatoirement l'angle du proton de recul  $\theta_{p'}^i$  à l'intérieur du domaine d'acceptance angulaire. Puis nous tirons aléatoirement son énergie  $T_{p'}$  dans un domaine allant d'une énergie minimum fixe (2 MeV) et une énergie maximale (énergie de la diffusion élastique associée  $T_{p'}^{elas}(E_{inc0}, \theta_{p'}^i)$ ) qui dépend de l'angle du proton de recul  $\theta_{p'}^i$  ainsi que de l'énergie des électrons incidents  $E_{inc}^0$ . L'énergie du proton de recul est comprise entre  $T_{p'}^{elas}(E_{inc} = 2.975 GeV)$  et  $T_{p'}^{elas}(E_{inc} = 3 GeV)$ . La section efficace sera interpolée par  $T_{p'}(E_{inc} = 2.975 GeV, \theta_{p'}^i)$  qui est nulle car l'énergie du proton est supérieure à  $T_{p'}^{elas}(E_{inc} = 2.975 GeV)$  et par  $T_{p'}(E_{inc} = 3 GeV, \theta_{p'}^i)$  qui est grande car l'énergie du proton est proche de l'élastique.

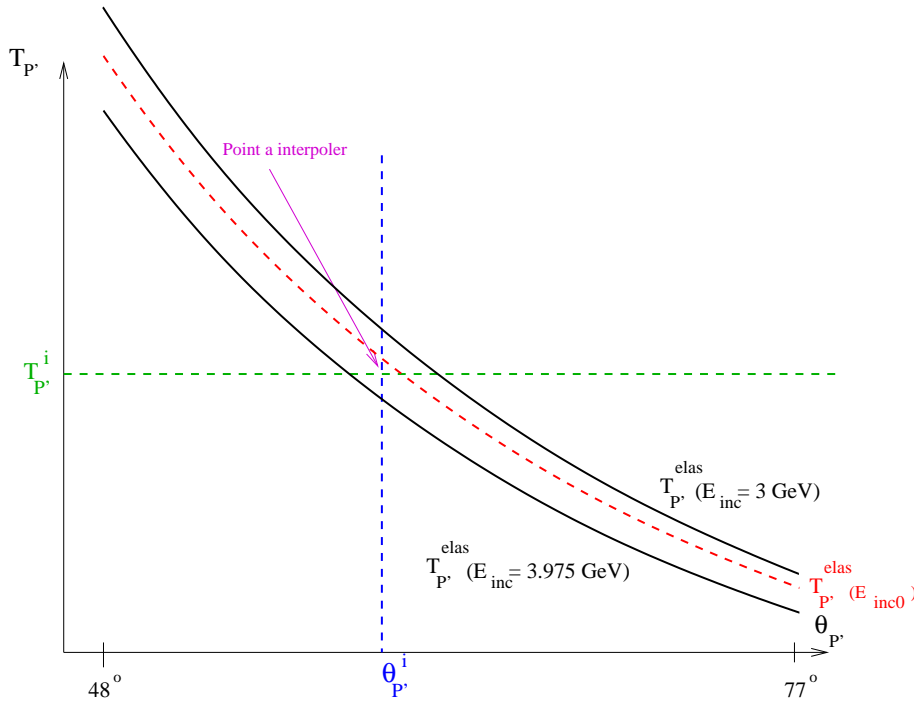


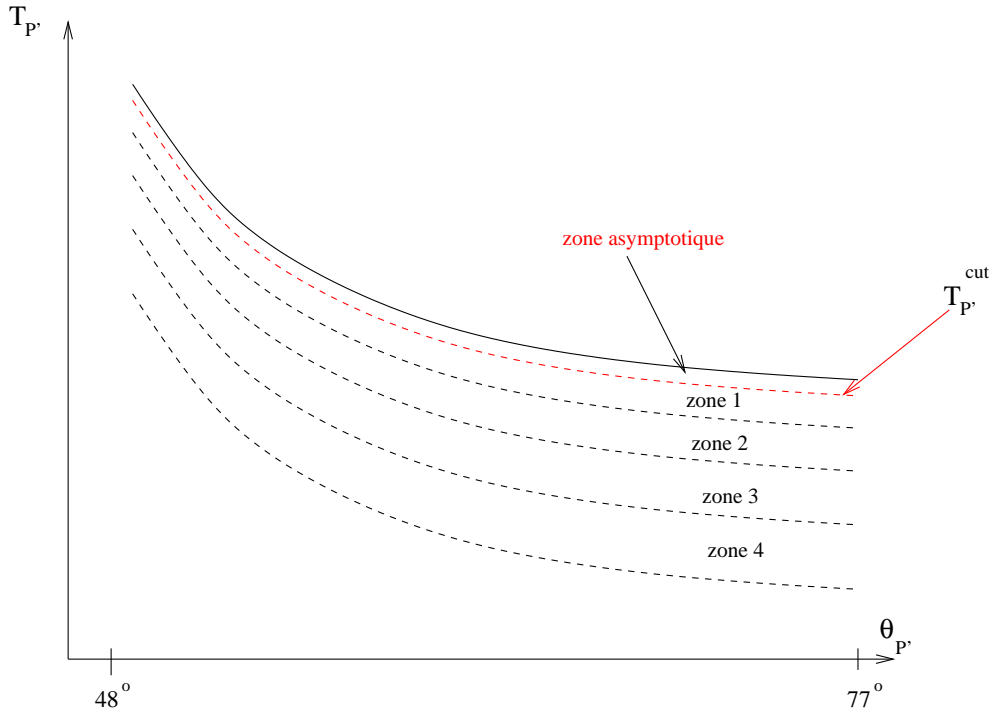
FIG. 4.15 – Interpolation de la section efficace lorsque l'énergie du proton est inférieure à l'énergie de l'élastique

Il est donc impossible d'interpoler la section efficace différentielle par cette méthode, car d'un côté sa valeur est très grande, et de l'autre elle est nulle.

### 4.8.3 Notion de zone en $\frac{t_{P'}}{t_{P'}^{elas}}$

Dans le but de contourner cette difficulté d'interpolation nous séparons le domaine en énergie du proton de recul en plusieurs bandes parallèles (figure 4.17). En séparant en zones, nous n'interpolons pas directement la section efficace différentielle, mais nous l'exprimons comme dans la zone asymptotique en fonction de polynômes du second degré. Nous définissons 5 zones en énergie du proton de recul :

1. zone 0 (ou asymptotique) :  $T_{P'} \in [T_{P'}^{cut}, T_{P'}^{elas}]$
2. zone 1  $T_{P'} \in [0.95T_{P'}^{elas}, T_{P'}^{cut}]$
3. zone 2  $T_{P'} \in [0.80T_{P'}^{elas}, 0.95T_{P'}^{elas}]$
4. zone 3  $T_{P'} \in [0.60T_{P'}^{elas}, 0.80T_{P'}^{elas}]$
5. zone 4  $T_{P'} \in [0.35T_{P'}^{elas}, 0.60T_{P'}^{elas}]$

FIG. 4.16 – Zones en  $\frac{t_{P'}}{t_{P'}^{elas}}$ 

Dans chacune des zones, les sections efficaces varient beaucoup, induisant une grande erreur sur leur interpolation. Par contre les coefficients des polynômes varient plus lentement et il est plus judicieux d'interpoler ces derniers.

#### 4.8.4 Interpolation par des splines

Pour des valeurs discrètes de l'angles  $\theta_{P'}$ , de l'énergie incidente  $E_{inc}$ , et pour chaque zone, nous calculons les coefficients des polynômes représentant la section différentielle ainsi que l'asymétrie de violation de la parité. Dans le but de limiter au maximum l'erreur d'interpolation, nous ajustons les coefficients par des splines. Les splines sont des polynômes de degré 3 qui relient 2 par 2 les coefficients, tout en respectant des conditions de continuité de la fonction et de la de dérivée. Ceci a pour avantage de repasser par tous les points calculés et de garantir une erreur sur la section efficace et sur l'asymétrie inférieure à 1 %. Quelques coefficients sont donnés sur la figure 4.17 à titre d'exemple.



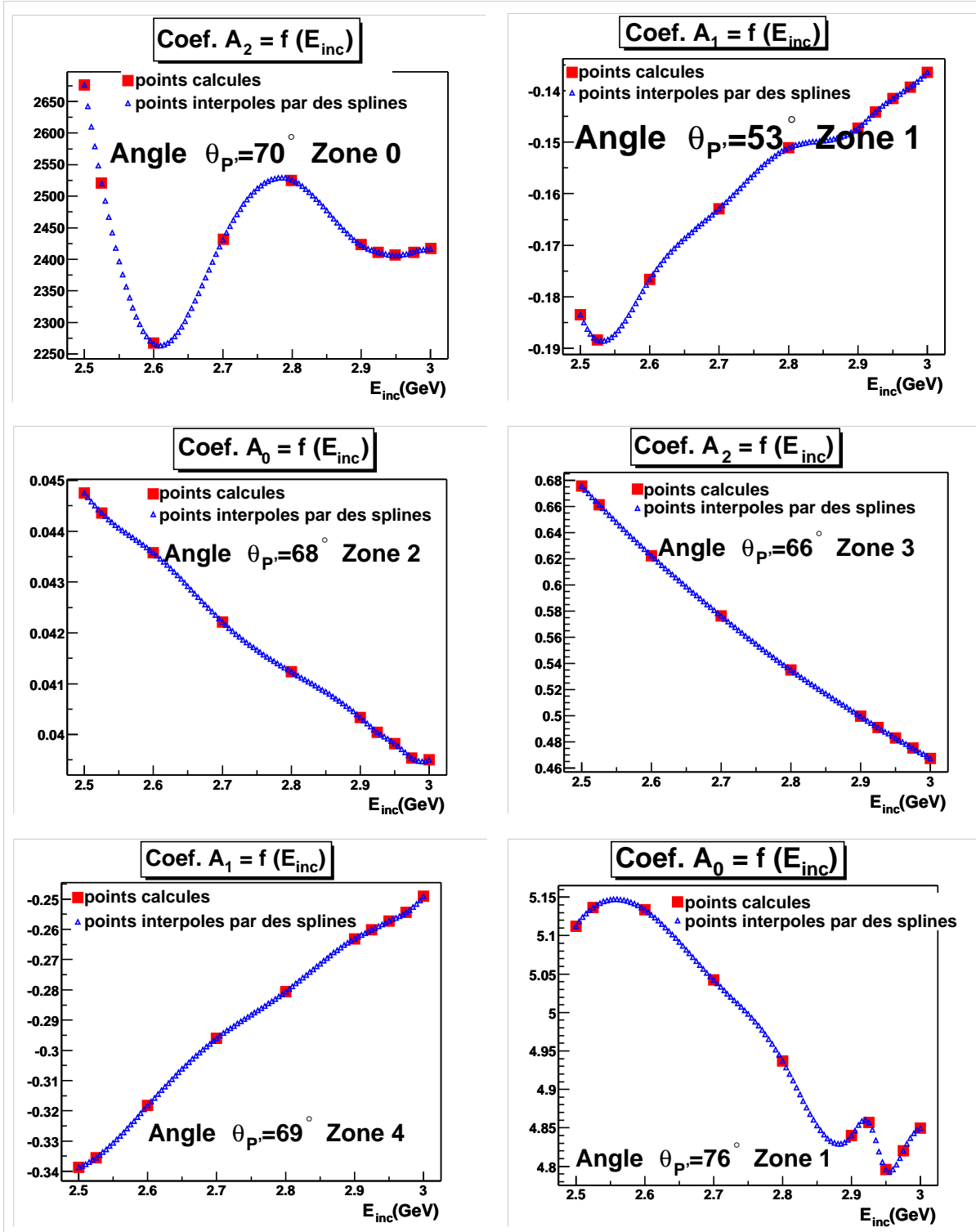


FIG. 4.17 – Variation de quelques coefficients en fonction de l'énergie incidente par la méthode des splines

Les expressions de la section efficace différentielle de bremsstrahlung ainsi que celle de l'asymétrie de la queue radiative sont données ci-dessous. On note  $dt = T_{p'}^{E_{las}} - T_{p'}$  et  $a_i = a_i(E_{inc}, \theta_{p'}, T_{p'})$  avec  $i=0,1$ , ou 2

– zone 0 (zone asymptotique) :

$$1. \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = a_0^0 + a_1^0 dt + a_2^0 dt^2$$

$$2. \mathcal{A}_{pV} = a_0 + a_1 T_{p'}$$

– zone 1

$$1. \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = \frac{1}{dt} \{ b_0^1 + b_1^1 T_{p'} + b_2^1 T_{p'}^2 \}$$

$$2. \mathcal{A}_{pV} = T_{p'} \{ b_0^1 + b_1^1 T_{p'} + b_2^1 T_{p'}^2 \}$$

– zone 2

$$1. \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = \frac{1}{dt} \{ c_0^2 + c_1^2 T_{p'} + c_2^2 T_{p'}^2 \}$$

$$2. \mathcal{A}_{pV} = T_{p'} \{ c_0^2 + c_1^2 T_{p'} + c_2^2 T_{p'}^2 \}$$

– zone 3

$$1. \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = \frac{1}{dt} \{ d_0^3 + d_1^3 T_{p'} + d_2^3 T_{p'}^2 \}$$

$$2. \mathcal{A}_{pV} = T_{p'} \{ d_0^3 + d_1^3 T_{p'} + d_2^3 T_{p'}^2 \}$$

– zone 4

$$1. \frac{d^3\sigma}{d\Omega_{p'}dE_{p'}} = \frac{1}{T_{p'}} \{ e_0^4 + e_1^4 T_{p'} + e_2^4 T_{p'}^2 \}$$

$$2. \mathcal{A}_{pV} = T_{p'} \{ e_0^4 + e_1^4 T_{p'} + e_2^4 T_{p'}^2 \}$$



# Chapitre 5

## Simulation complète : GEANT

Nous venons de discuter en détail de la théorie des corrections radiatives, ainsi que des pertes dans la matière dues d'une part aux corrections radiatives externes, et d'autre part au processus d'ionisation. Ces calculs nous permettent de déterminer de façon théorique le spectre des particules produites dans la réaction. Par contre pour connaître la distribution expérimentale des protons élastiques ainsi que des particules composant le bruit de fond, et avoir une estimation des taux de comptage, il est nécessaire de recourir à une simulation complète de l'expérience.

Pour simuler le dispositif expérimental de  $G^0$ , nous disposons d'un logiciel de simulation, GEANT, très utilisé en physique des particules, et qui a été développé au CERN. Grâce à GEANT, il est possible de simuler le passage des particules à travers la matière. Pour l'expérience  $G^0$ , la version de GEANT utilisée se nomme G0-GEANT (Version de GEANT 3.21). Elle se compose de plusieurs parties, certaines accessibles (modifiables), d'autres pas (bibliothèques internes à GEANT). Une simulation GEANT suit le processus suivant :

1. Géométrie du dispositif expérimental.
2. Génération aléatoire des particules compte tenu des réactions subies par les particules incidents.
3. Transport des particules à travers la matière, en tenant compte de la géométrie du dispositif expérimental ainsi que du processus physique associé à l'interaction de la particule avec volume traversé.
4. Stockage d'évènements correspondant à un volume touché par une particule.

Les deux premières parties sont “ accessibles ” et modifiables. La géométrie est fixée depuis plusieurs années. Par contre pour la génération des particules, plusieurs modifications ont été apportées et notamment des générateurs externes ont été rajoutés. Nous sommes aussi intervenus dans le stockage des évènements, en particulier dans les variables stockées dans le ntuple. La génération des particules comporte deux parties principales :

- la diffusion élastique (à laquelle se rajoute la queue radiative),
- le bruit de fond composé principalement de protons inélastiques ainsi que des pions ( $\pi^+$ ).

## 5.1 Etude de la diffusion élastique

L'étude de la diffusion élastique doit nous donner non seulement le taux de comptage par détecteur, mais aussi le temps de vol de l'élastique (sa position et sa forme). La simulation va nous permettre de savoir comment est modifié le temps de vol de l'élastique si on inclut les corrections radiatives et de comparer aux spectres expérimentaux.

### 5.1.1 description des variables

Pour chaque type de particule détectée nous avons une série de variables (l'énergie, le numéro de particule, le temps de vol, l'angle  $\theta$  ...). Selon l'option choisie, nous pouvons traquer toutes les particules secondaires créées à partir de la réaction primaire, ainsi que lors du passage de la particule au travers des différents matériaux du détecteur de  $G^0$ .

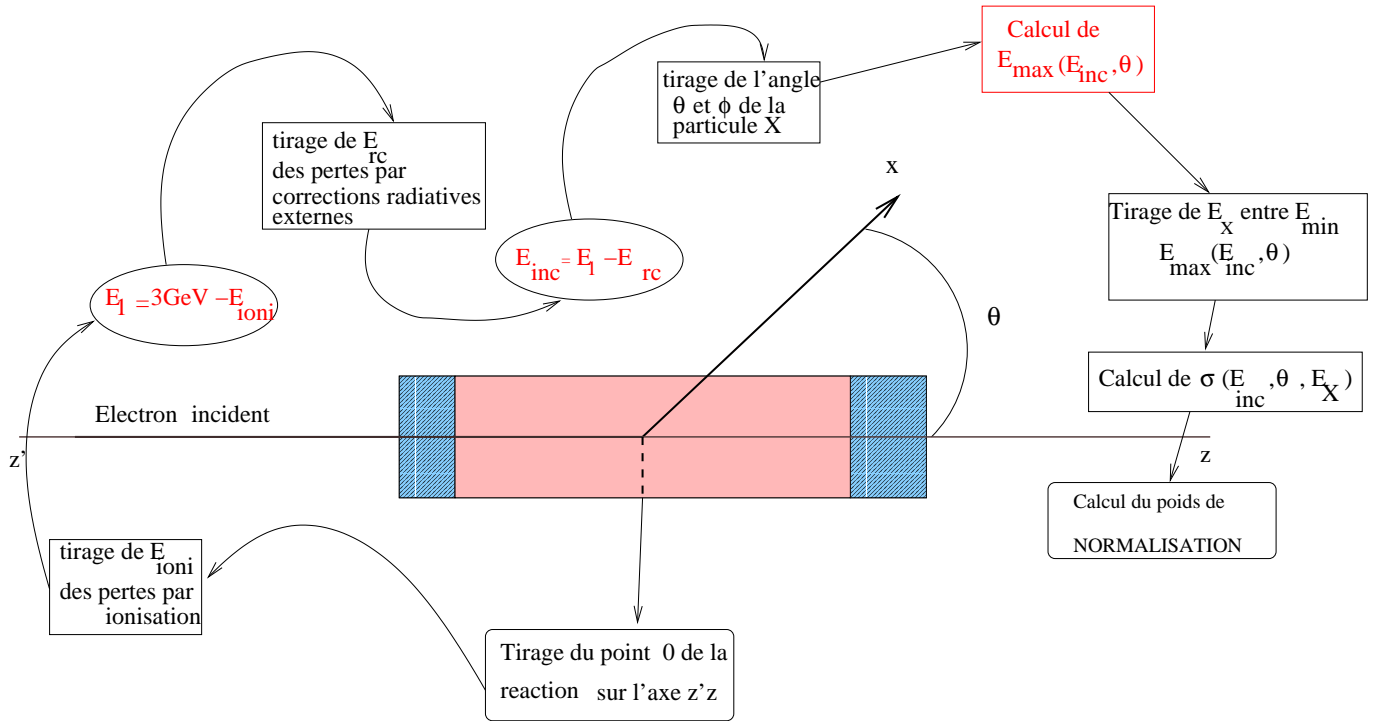


FIG. 5.1 – Schémas de la méthode de simulation

La simulation de toutes les réactions suit la logique de la figure 5.1.

1. Détermination de la position sur l'axe du faisceau du point d'interaction dans la cible d'hydrogène liquide. La position selon l'axe  $Oz$  est tirée de façon aléatoire entre 0 et 20 cm, mais les composantes selon les axes  $Ox$  et  $Oy$  sont données par le traitement de la multidiffusion (cf. appendice sur le straggling angulaire),
2. détermination de l'énergie incidente des électrons compte tenu des pertes par ionisation et corrections radiatives externes,

3. tirage aléatoire de l'angle de diffusion du proton de recul dans l'acceptance angulaire (entre  $48^\circ$  et  $77^\circ$ ),
4. détermination de l'énergie maximale de la particule suivie (proton),
5. tirage de son énergie entre  $E_{min} = 2MeV$  fixe et  $E_{max}(\theta, E_{inc})$ ,
6. calcul de la section efficace correspondant à la cinématique déterminée auparavant,
7. calcul du poids de normalisation à partir de la section efficace ainsi calculée,
8. suivi de la particule primaire créée, avec création de particules secondaires jusqu'à son impact sur un des détecteurs.

A chaque évènement correspond une série de valeurs rattachées à des variables (énergie, temps de vol, position, numéro de la particule ...). Toutes les distributions sont indépendantes du type de réaction, et donc pour avoir des taux normalisés fonctions de la réaction, nous devons faire une normalisation par rapport à un poids dont le calcul complet se trouve en annexe B.1. Le poids sera différent selon le type d'évènement. Pour chaque évènement  $j$ , le poids sera le produit d'une constante  $\mathcal{L} \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T}$  multipliée par une fonction qui dépend de l'angle  $\theta$  de la particule détectée (le proton), ainsi que de son énergie.

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} \frac{d^3\sigma_j}{d\Omega dE} \sin\theta_j [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)] \quad (5.1)$$

Dans une réaction à 3 corps (cas des corrections radiatives internes, de l'électroproduction (canal  $ep \rightarrow ep\pi^0$ ) et de la photoproduction (canal  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$ )), il n'existe pas de relation bi-univoque entre énergie et angle  $\theta$  : à un angle  $\theta$ , peuvent correspondre plusieurs énergies du proton.

Afin de tenir compte des pertes par corrections radiatives externes, nos calculs des corrections radiatives internes, de la photoproduction ainsi que de l'électroproduction, ont été faits pour une énergie incidente de l'électron comprise entre 2.5 GeV et 3 GeV. Afin de prendre en compte cette variation d'énergie incidente, nous devons modifier la normalisation (cf equation B.13). Dans ce cas, nous tirons l'énergie incidente selon la loi réelle donnée au paragraphe 4.3. Or dans l'expression du poids, n'apparaissent que les **variables tirées de façon isotrope**. L'énergie incidente n'apparaît donc pas directement dans le poids, mais par contre elle va apparaître de manière indirecte en modifiant à chaque tirage, les bornes de tirage en  $\theta$ , ainsi que les bornes de l'énergie du proton. Dans la pratique, on ne tient pas compte la variation de l'angle  $\theta$  avec l'énergie incidente, puisque la variation de  $\theta_{max}$  pour une énergie incidente comprise entre 3 GeV et 2.5 GeV est inférieure à 1%. Dans le cas général, il faut tenir compte de cette variation de la façon suivante :

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta\phi}{N_T} \frac{d^3\sigma_j}{d\Omega dE} \sin\theta_j [\theta_{max}(E_j^{inc}) - \theta_{min}(E_j^{inc})] [E_{max}(E_j^{inc}, \theta_j) - E_{min}(E_j^{inc}, \theta_j)] \quad (5.2)$$

Dans le cas de la diffusion purement élastique (sans correction radiative interne), le poids est donné par la relation :

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} \sin\theta_j \frac{d^2\sigma_j}{d\Omega} \quad (5.3)$$

Cette formule est démontrée dans le chapitre B.3 de l'annexe sur les normalisations.

## 5.2 Normalisation dans GEANT : vérification

Il existe principalement deux méthodes pour faire un calcul de Monte-Carlo. La première consiste à faire un tirage des variables selon les lois réelles. Dans ce cas tous les poids valent 1. L'autre méthode consiste à faire un tirage uniforme des variables et à affecter à chaque événement un poids dépendant des variables tirées. Dans la première méthode, le nombre  $N_{tirage}$  est fixé par la loi de probabilité. Par contre dans le tirage à poids, le nombre  $N_{tirage}$  n'est pas fixé, et la précision du calcul va en dépendre. Plus  $N_{tirage}$  est petit par rapport à  $N_{tirage}^{reel}$  (donné par la loi réelle), plus les fluctuations statistiques vont être élevées. Nous avons utilisé trois méthodes pour vérifier la validité de nos normalisations :

1. comparaison des sections efficaces avec et sans corrections radiatives
2. comparaison des taux de comptages données par GEANT avec les données expérimentales,
3. comparaison sur un modèle analytique de la méthode des poids avec un tirage selon la loi réelle.

### 5.2.1 Comparaison de la diffusion élastique aux corrections radiatives

Nous allons utiliser une propriété des corrections radiatives internes, afin de vérifier que la normalisation que l'on utilise dans GEANT (celle donnée pour une réaction à 3 corps dans l'état final) est correcte. Nous utilisons la relation 4.31 qui relie la section efficace de Born à l'intégrale de la queue radiative. Pour pouvoir faire cette comparaison, il faut contrôler les facteurs de normalisation qui sont différents pour la diffusion élastique et pour les corrections radiatives internes. D'un côté nous avons pour la diffusion élastique :

$$N_{elas} = \mathcal{L} \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} \int_{E_P^{elas}(\theta_{min})}^{E_P^{elas}(\theta_{max})} \sin\theta_P \frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_P} dE_P \quad (5.4)$$

Étant donné que pour la diffusion élastique l'énergie du proton est reliée de façon bi-univoque à son angle  $\theta_P$ , et que c'est une fonction décroissante de  $\theta_P$ , son maximum sera donné à  $\theta_P = \theta_P^{min}$  et son minimum à  $\theta_P = \theta_P^{max}$ .

Pour les corrections radiatives internes, le taux de comptage est donné par :

$$N_{RC} = \mathcal{L} \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} \int_{E_P^{cut}(\theta)}^{E_P^{elas}(\theta)} \sin\theta_P \frac{d^3\sigma}{d\Omega_P dE_P} dE_P \left[ E_P^{max}(\theta) - E_P^{min}(\theta) \right] \quad (5.5)$$

Afin de reproduire l'équation (4.31), nous prenons la section efficace différentielle des corrections radiatives internes, entre l'énergie de coupure (définie dans le chapitre sur les corrections radiatives) et

l'énergie de l'élastique. Afin de comparer directement  $\int_{E_P^{cut}(\theta)}^{E_P^{elas}(\theta)} \frac{d^3\sigma_{Born}}{d\Omega_P dE_P} dE_P$  à  $\frac{d^2\sigma_{Born}}{d\Omega_P} dE_P$ , nous prenons un domaine en  $\theta_P$  très petit de sorte à retirer les sections efficaces de l'intégrale (dans la pratique, on

prend  $\theta_P \in [69.99^\circ, 70^\circ]$ ). Le résultat de la comparaison à travers GEANT est donné dans la figure 5.2

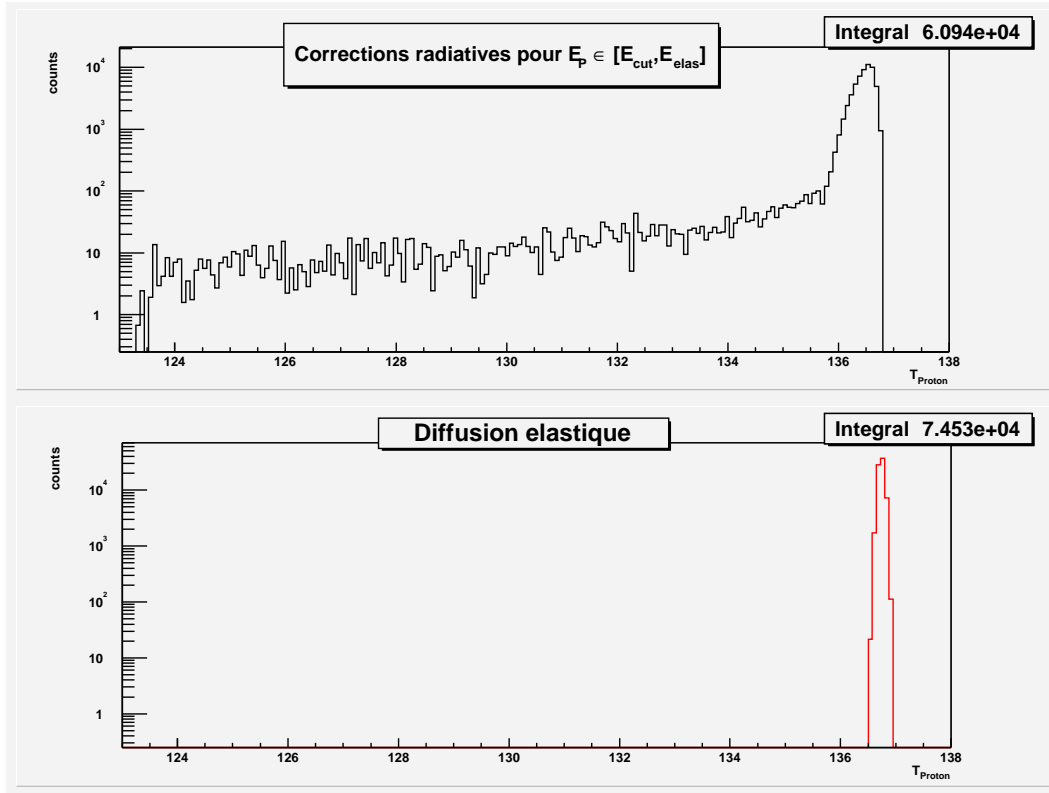


FIG. 5.2 – vérification de la relation reliant la section efficace de la diffusion élastique à celle des corrections radiatives internes

Le rapport des intégrales vaut 0.818. Ce nombre est à comparer au coefficient d'atténuation pour un angle  $\theta_P = 70^\circ$  et une énergie du proton donnée par  $E_P = E_P^{cut}(\theta_P = 70^\circ)$  pour lesquels il vaut 0.838. Nous faisons donc une erreur de 2.4%. Cette erreur est, d'une part, due au straggling en énergie qui induit des pertes d'événements dans l'acceptance du détecteur. D'autre part, cette erreur est due, au fait que nous prenons, pour les corrections radiatives internes, une bande étroite en énergie parallèle à l'élastique avec un écart de  $(E_P^{elas}(\theta_P = 70^\circ) - E_P^{cut}(\theta_P = 70^\circ))$ , au lieu de prendre une bande de largeur variable  $(E_P^{elas}(\theta_P) - E_P^{cut}(\theta_P))$ . Nous avons donc par cette méthode, une vérification de l'amplitude de notre normalisation. La méthode de comparaison avec la loi réelle nous donnera une vérification non seulement en amplitude mais aussi au niveau de la forme des distributions.

### 5.2.2 Comparaison des taux de comptage GEANT aux données expérimentales

Afin de comparer les valeurs simulées et les données expérimentales, il faut tenir compte de ce qui vient en aval des détecteurs. La simulation avec GEANT ne tient pas compte de la propagation du



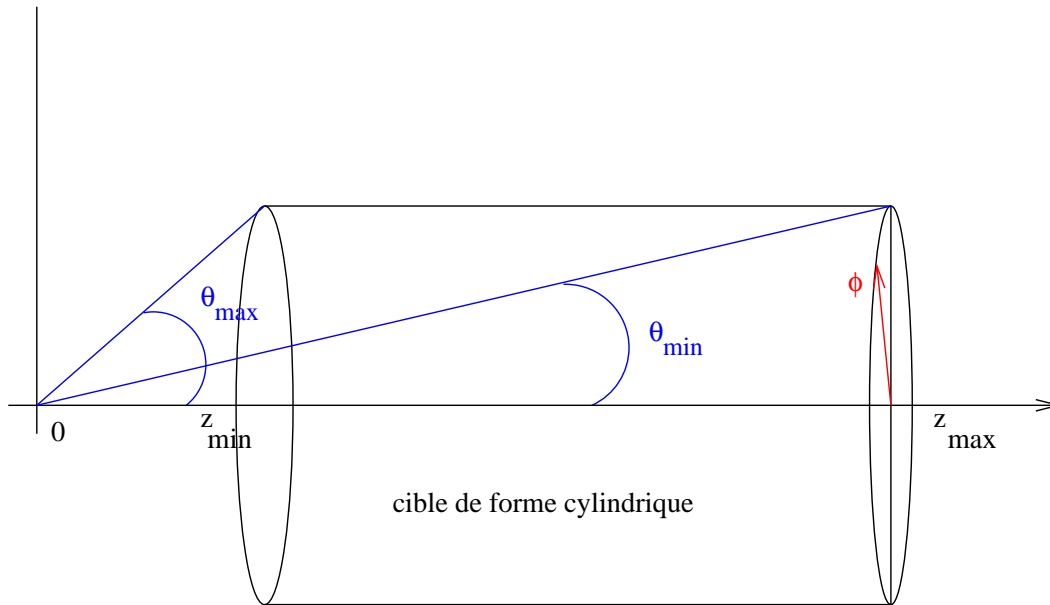
signal dans les scintillateurs, ni du passage des signaux à travers l'électronique. Nous pouvons approximer ces effets par un élargissement gaussien du temps de vol de l'ordre de 500 ps. Une difficulté supplémentaire pour faire cette comparaison vient du fait que dans le cas des données expérimentales, le pic élastique est accompagné d'un bruit de fond constitué de protons inélastiques ainsi que des  $\pi^+$ . Les pions ont des petits temps de vol et ne viennent pas polluer le pic de protons élastiques. Par contre, il y a des protons inélastiques sous le pic élastique. Afin de faire la comparaison des taux de comptage, il est nécessaire de faire un ajustement de la partie protons inélastiques et de la soustraire du pic élastique.

### 5.2.3 Comparaison entre la loi réelle et le tirage avec poids

Lorsqu'on essaye de démontrer la validité d'une normalisation au travers un logiciel tel que GEANT, on rajoute des erreurs principalement dues au champ magnétique, et au passage des particules à travers des différents matériaux. Afin de tester la méthode à poids, Nous utilisons une section efficace analytique qui puisse reproduire la physique que l'on étudie. On l'a choisi de la forme :  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega dE} = f(E, \theta)$ . Afin de tester la méthode à poids, la méthode consiste à calculer la loi réelle (de manière analytique) et de tirer dans cette loi par une méthode de réjection (dite de Von Neuman), et de la comparer à la méthode de tirage à poids.

#### loi réelle

FIG. 5.3 – Domaine de tirage des variables  $z$ ,  $\theta$  et  $\phi$ . L'énergie est tirée dans un domaine dépendant de  $\theta$



On considère une cible qui est un cylindre de révolution autour d'un axe (0z), dont les limites en angle polaire  $\theta$  vont dépendre de la position  $z$  dans la cible. La cible étant un cylindre de révolution, les variables ne vont pas dépendre de  $\phi$ . Nous prenons une section efficace différentielle analytique de la forme :

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega dE} = s(E_0 - E_m) \cos \theta + E_m \quad (5.6)$$

où  $s$ ,  $E_0$  et  $E_m$  sont des constantes.

Nous avons les conditions aux limites suivantes pour le tirage :

- l'angle  $\phi$  est tiré de manière uniforme entre 0 et  $2\pi$  ( $\phi$  est pris indépendant des autres variables),
- la position  $z$  est tirée dans l'intervalle  $[0, z_n]$ ,
- l'angle polaire  $\theta$  est tiré dans l'intervalle dépendant de la position  $[\theta_m(z), \theta_M(z)]$ ,
- l'énergie  $E$  est tirée dans l'intervalle dépendant de l'angle  $\theta$ , mais avec le minimum fixé :  $[E_m, E_M(\theta)]$ , avec  $E_M(\theta) = (E_0 - E_m) \cos \theta + E_m$ .

La loi réelle nous impose le nombre d'évènements par l'intégrale :

$$N_{evt} = \underbrace{\int_0^{2\pi} d\phi \int_{z_m}^{z_M} dz \int_{\theta_m(z)}^{\theta_M(z)} \sin \theta d\theta \int_{E_m(\theta)}^{E_M(\theta)} \sigma(\theta, E) dE}_{n_1(\phi, z, \theta)} \quad (5.7)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{n_2(\phi, z)}$   
 $\underbrace{\hspace{15em}}_{n_3(\phi)}$

Le tirage doit donc se faire sur  $N_{evt}$ , et si ce n'est pas le cas ( $N_T \neq N_{evt}$ ), on doit renormaliser la distribution par un facteur :  $N_{evt}/N_T$ . Afin d'avoir les distributions des différentes variables ( $z, \theta, \phi, E$ ), nous devons connaître leurs lois de probabilités, en partant des variables qui dépendent le plus des autres (par exemple, l'énergie qui dépend de  $\theta$  et de  $z$ , puis ce sera  $\theta$  qui ne dépend que de  $z$ , enfin ce seront  $z$  et  $\phi$  qui ne dépendent pas des autres variables). Nous pouvons exprimer les différentes lois de probabilités en fonction des intégrales  $n_i$  introduites dans l'équation (5.7).

$$P_E(E, \theta, z, \phi) = \frac{\sigma(\theta, E)}{n_1(\theta, z, \phi)} \quad (5.8)$$

$$P_\theta(\theta, z, \phi) = \frac{n_1(\theta, z, \phi) \sin \theta}{n_2(z, \phi)} \quad (5.9)$$

$$P_z(z, \phi) = \frac{n_2(z, \phi)}{n_3(\phi)} \quad (5.10)$$

$$P_\phi(\phi) = \frac{n_3(\phi)}{N_{evt}} \quad (5.11)$$

Toutes ces probabilités sont normalisées à 1, par exemple si on prend l'intégrale de  $P_E(E, \theta, z, \phi)$  sur l'énergie, dans les bornes  $E_m(\theta)$  et  $E_M(\theta)$ , on trouve 1 (les autres variables sont considérées comme des paramètres constants au moment de l'intégration sur  $E$ ).

Les résultats se trouvent sur les figure 5.4 et 5.5, où on a fait les comparaisons sur quatre variables : l'énergie, l'angle  $\theta$ , l'angle  $\phi$  et la distance traversée dans la cible  $z$ . Plusieurs tirages on été effectués :

- 100000 tirages,
- 500000 tirages,
- 1 million de tirages.

Notons que le nombre de tirages donné par la loi réelle est pour l' exemple précédent de 638000 tirages.

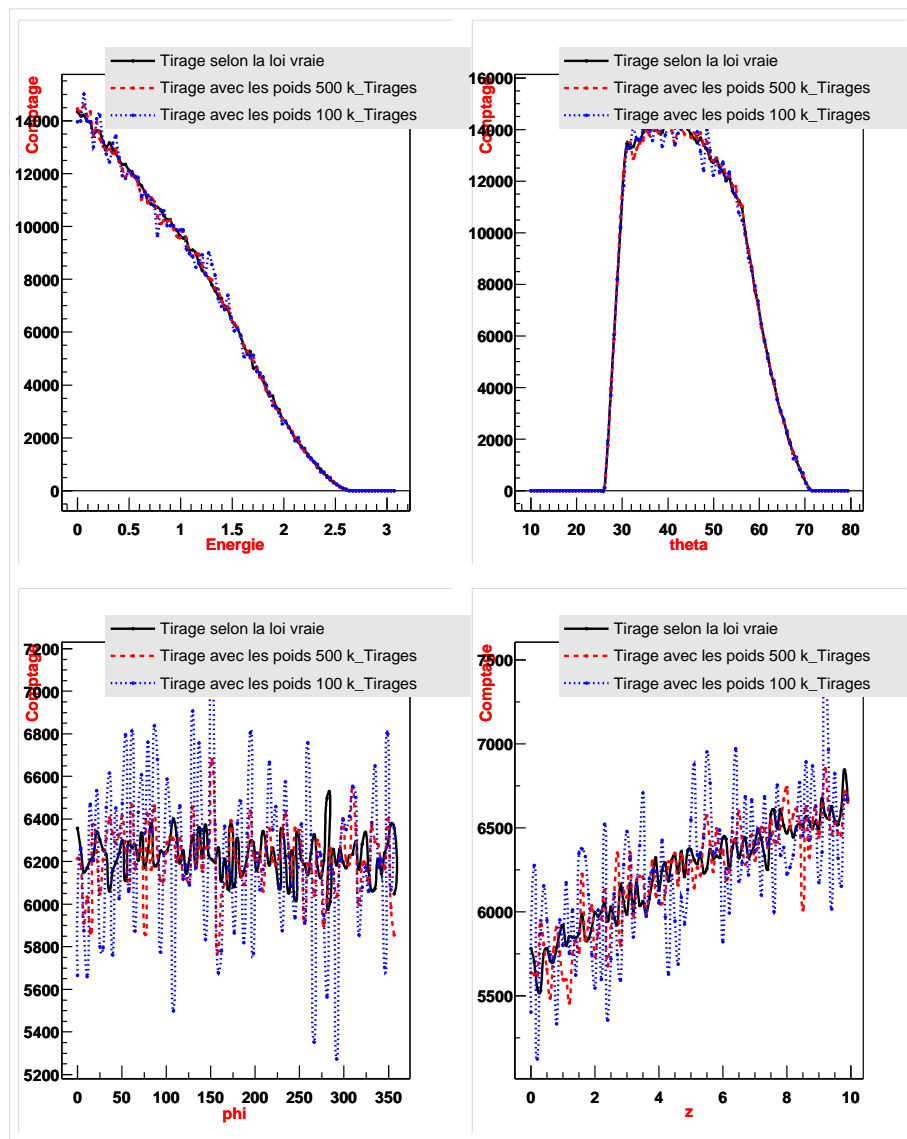


FIG. 5.4 – Comparaison d'un tirage selon la loi réelle (analytique) en noir, à un tirage selon la méthode à poids

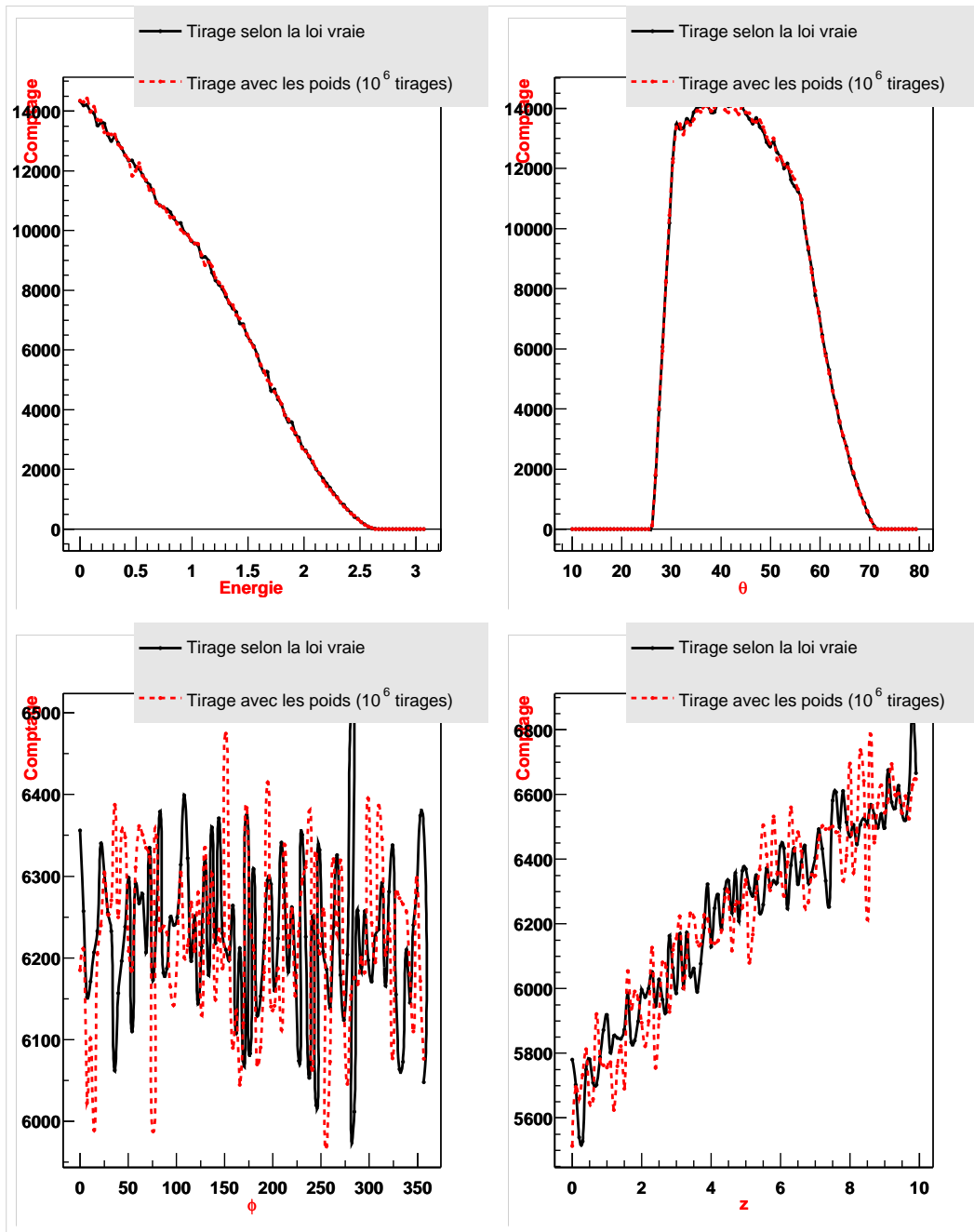


FIG. 5.5 – Comparaison d'un tirage selon la loi réelle (analytique) en noir, à un tirage selon la méthode à poids avec 1 million d'évènements tirés dans la méthode à poids

Plus le nombre de tirages est faible, plus les fluctuations statistiques autour de la loi vraie sont élevées, et inversement plus le nombre de tirage est élevé, plus on se rapproche de la loi vraie. Contrairement au tirages selon la loi vraie, le nombre de tirages n'est pas fixé par la loi. Selon le nombre de tirages,

on aura plus ou moins d'effets de fluctuations statistiques, mais l'accord avec la loi vraie reste bon. On a donc la preuve sur différentes distributions que le tirage par la méthode des poids (celle que l'on utilise dans GEANT) est valable. Les différences avec la véritable loi, ne seront que d'ordre statistique. On voit que pour 1 million de tirages, les fluctuations statistiques sont comparables à celles du tirage selon la loi réelle (cf. figure 5.5).

### 5.3 Résultats : comparaisons des corrections radiatives internes avec l'élastique

Ayant validé la méthode de normalisation, nous sommes en mesure de suivre dans GEANT le devenir de chacune des particules produites lors des réactions de diffusion élastique ou autres réactions plus complexes (électroproduction, photoproduction, ...). Les corrections radiatives internes apparaissent comme une dégénérescence pour un angle donné de l'énergie du proton (particule détectée). Pour un angle donné, la relation bi univoque entre angle et énergie n'est plus valable : à un angle correspondent plusieurs énergies. Ceci est illustré sur la figure 5.6, dans laquelle on retrouve l'acceptance angulaire de  $G^0$ . Nos données expérimentales étant des temps de vol, c'est par le biais de cette observable que nous devons faire nos coupures pour séparer le signal (pic élastique) du bruit (protons inélastiques, pions).

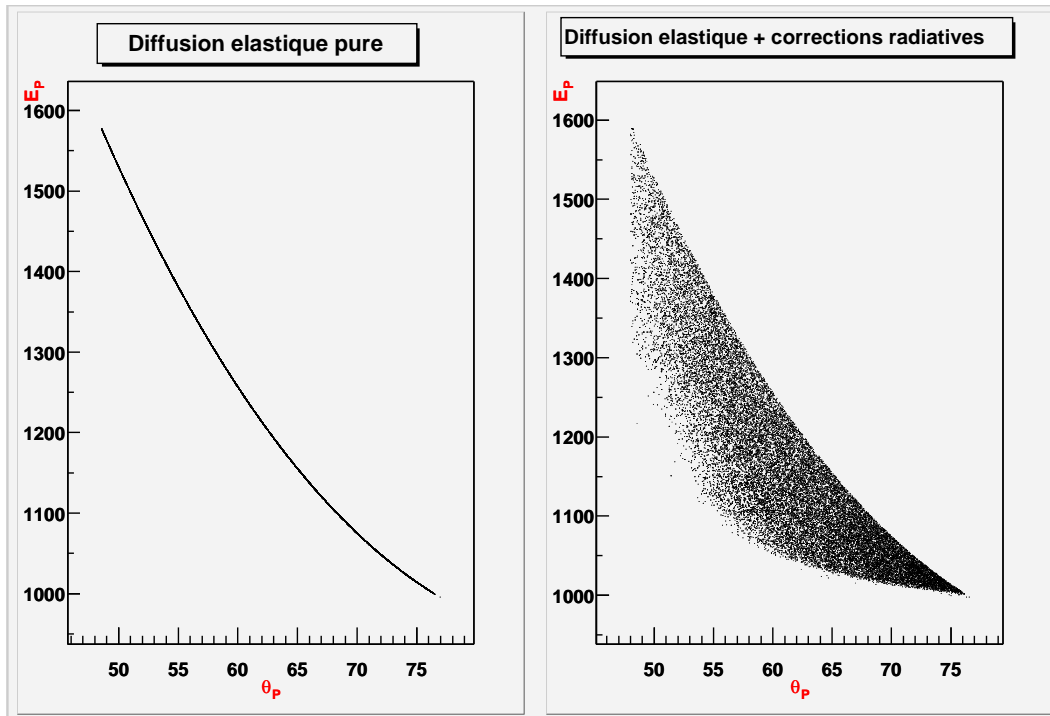


FIG. 5.6 – Energie du proton de recul en fonction de son angle  $\theta$  (simulation GEANT)

### 5.3.1 Effet des corrections radiatives internes sur le temps de vol

Afin de comprendre le temps de vol des particules sur les FPD (Plan Focal des Détecteurs), il faut prendre en compte que celles-ci subissent une première sélection grâce à la présence du champ magnétique, ainsi que celle des collimateurs. Il faut aussi rappeler que les FPD sont des iso- $Q^2$  définis par le champ magnétique. Chaque détecteur, coupe principalement les trajectoires de 3 types de particules :

- les protons élastiques,
- les protons inélastiques,
- les  $\pi^+$ .

Les pions étant plus légers que les protons ont un temps de vol plus court. Par contre, les protons inélastiques, produits par des réactions inclusives (photoproduction ou électroproduction), ont moins d'énergie que les protons élastiques donc une vitesse plus lente et en principe un temps de vol plus long. Or, on les retrouve avant les protons élastiques. La raison est le champ magnétique qui courbe les trajectoires : il faut voir les trajectoires comme des arcs de cercle, dont le rayon dépend de l'impulsion du proton de recul. Donc, plus un proton est énergétique, plus le cercle aura un grand rayon et plus le proton aura de la distance à parcourir. Donc, pour les protons inélastiques, leur "faible" vitesse est compensée par une trajectoire plus courte (rayon plus petit) et, d'après les simulations à travers GEANT, c'est effectivement la distance qui domine.

Nous pouvons appliquer ce raisonnement aux protons issus des corrections radiatives internes et on peut ainsi constater que, par détecteur, il ont un temps de vol plus court que ceux venant de la diffusion élastique pure. On peut en effet considérer les corrections radiatives internes comme une réaction à 3 corps dans l'état final (électron, proton, et photon). Nous remarquons que, pour les détecteurs 12, 13 et surtout le détecteur 14, un second pic apparaît. Celui-ci correspond à la seconde valeur du  $Q^2$  qui est surtout visible pour le détecteur 14. Cette seconde valeur du  $Q^2$  au détecteur 14 dépend de l'acceptance du détecteur de  $G^0$ , de l'énergie incidente (énergie du faisceau), ainsi que du champ magnétique. En effet, pour un champ magnétique de 4500 Ampères, le détecteur 14 n'est plus le seul à avoir 2 valeurs de  $Q^2$  : les détecteurs 15 et 16 ont aussi 2 points en  $Q^2$ . A 5000 Ampères, le détecteur 16 ne comptait pratiquement pas de protons élastiques, ce qui n'est pas le cas à 4500 Ampères.

Nous avons la possibilité de connaître l'effet des corrections radiatives internes sur le temps de vol par détecteur, donc sur la forme des spectres ainsi que sur leurs amplitudes. L'étude d'un décalage en temps de vol doit s'accompagner de l'étude d'une déformation du spectre en temps de vol de la diffusion élastique. Les corrections radiatives internes ont la même forme de spectre que la diffusion élastique avec en plus une petite queue vers les petits temps de vol (cf. figures 5.7 et 5.8). La queue radiative est relativement faible et après avoir fait des coupures en temps de vol pour séparer les protons élastiques des protons inélastiques et des corrections radiatives le nombre de protons "perdus" du fait de la coupure est faible. Les coupures sur le temps de vol sont réalisées en faisant un fit gaussien sur le temps de vol de la diffusion élastique et en gardant une bande de 2 (ou 3) sigmas (2 (ou 3) fois la largeur de la gaussienne), de part et d'autre de son centroïde. L'erreur sur la position du centroïde est donnée par la transformation des coupures en nombres entiers de canaux, erreurs qui n'excèdent pas un demi canal, soit 125 ps.

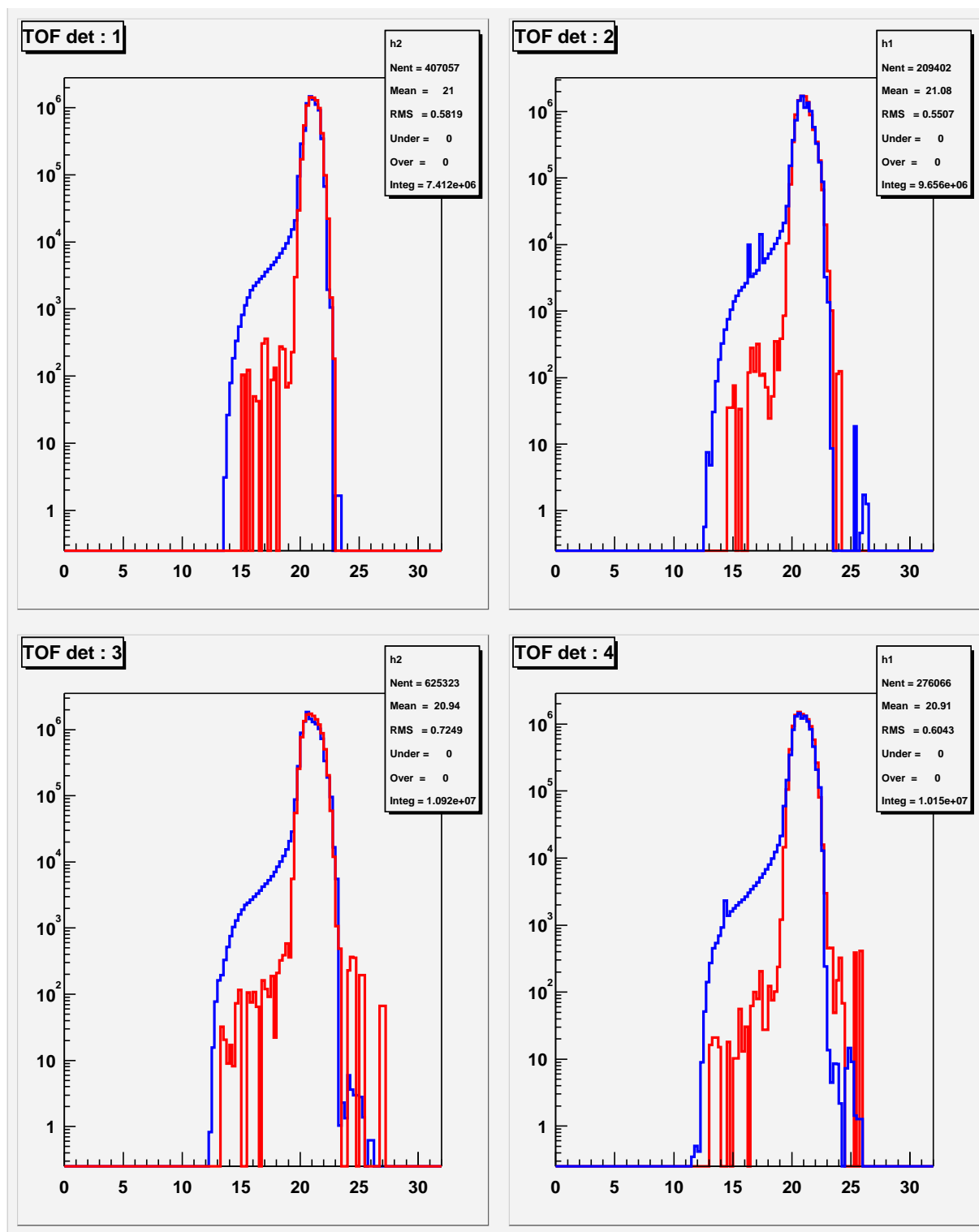


FIG. 5.7 – Spectres de temps de vol créés à partir de GEANT (temps de vol en ns en fonction du nombre de coups) pour les détecteurs 1 à 4

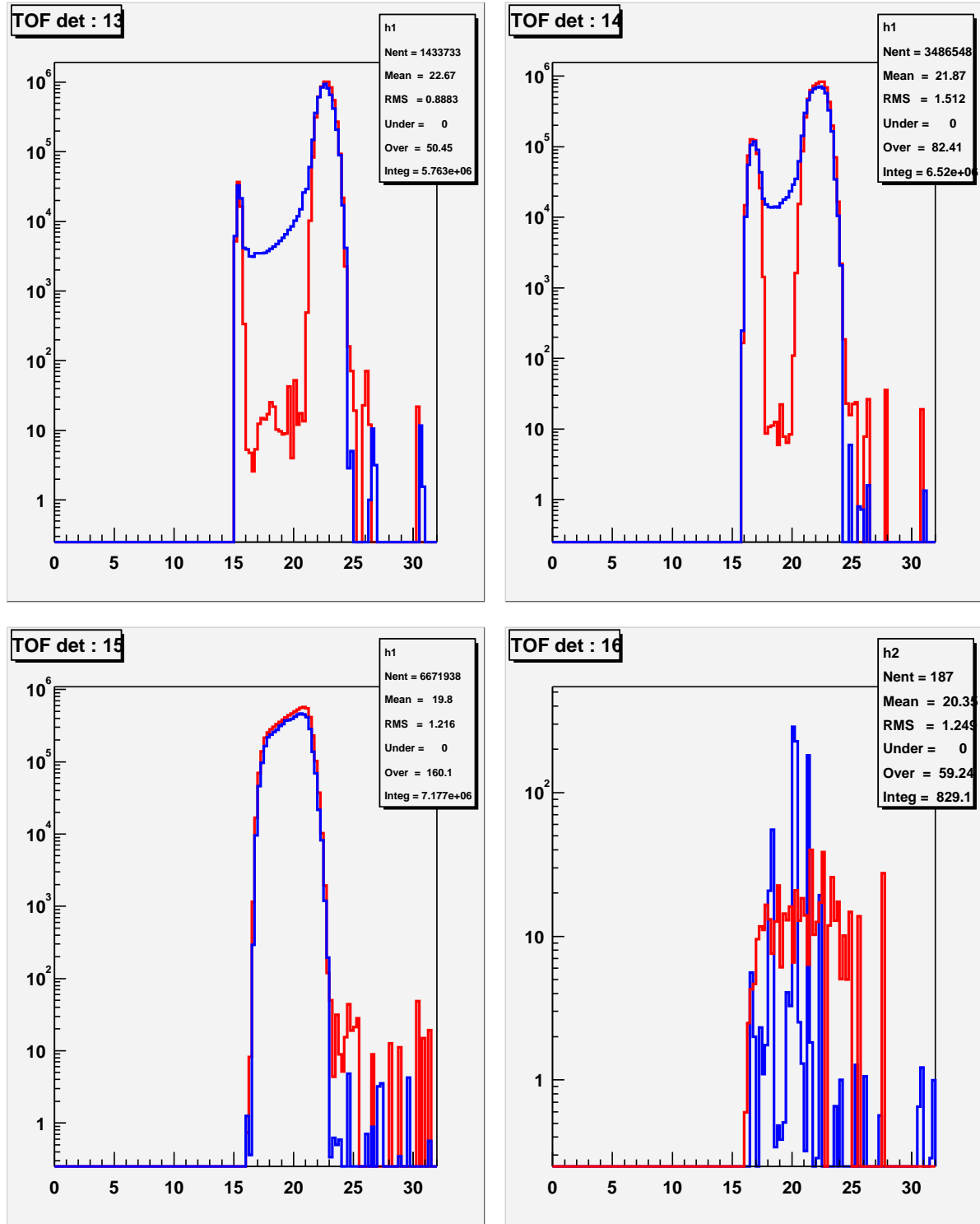


FIG. 5.8 – Spectres de temps de vol créés à partir de GEANT (temps de vol en ns en fonction du nombre de coups) pour les détecteurs 13 à 16. Le détecteur 14 a ses 2 pics qui correspondent aux 2 valeurs de  $Q^2$ . Le détecteur 15 rassemble plusieurs valeurs de  $Q^2$



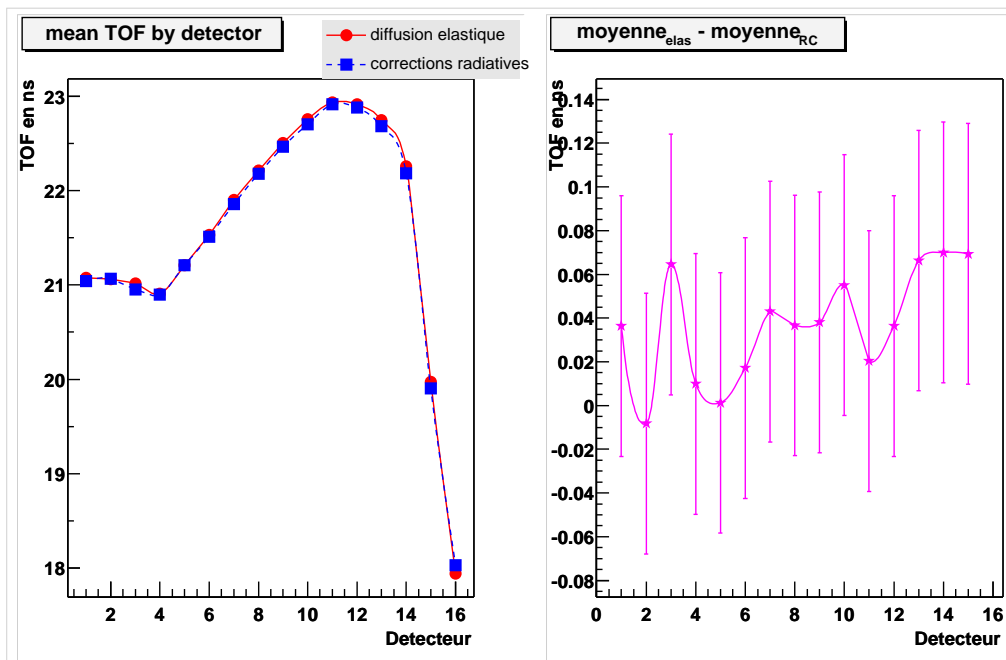


FIG. 5.9 – Coupure à 2 sigmas sur le temps de vol de l'élastique

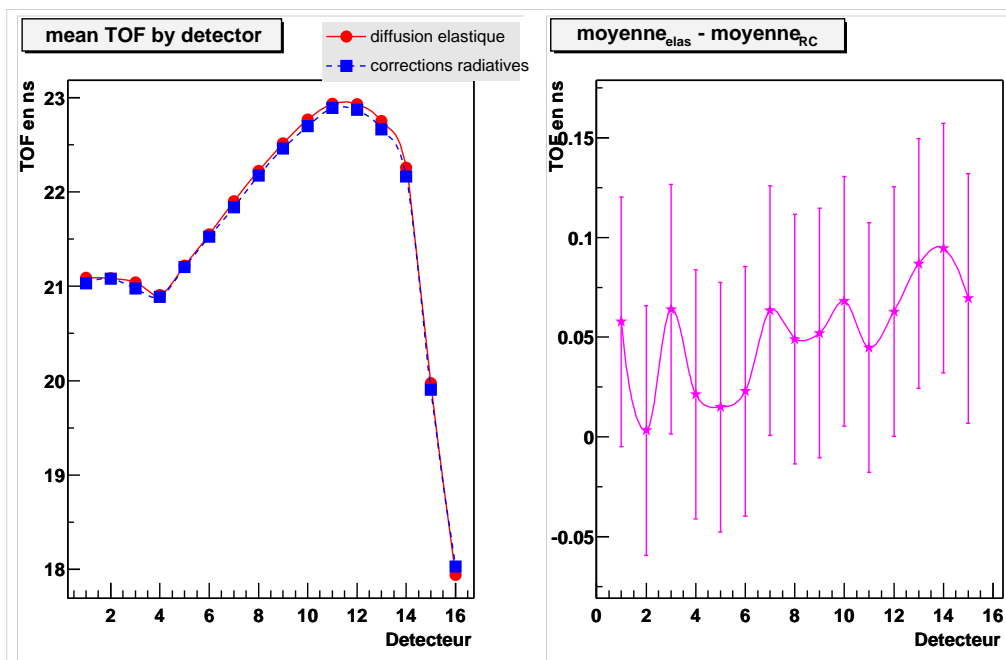


FIG. 5.10 – coupure a 3 sigmas sur le temps de vol de l'élastique

L'effet des corrections radiatives internes sur le temps de vol est relativement faible, se situant entre 0 et 0.4 canaux de 250 ps, soit un écart inférieur à 100 ps (voir les figures 5.9 et 5.10 ). Notons qu'en passant d'une bande de 2 sigmas à 3 sigmas, on privilégie la queue radiative qui tend à ramener la moyenne du temps de vol par détecteur vers des plus petites valeurs. Nous ne tenons pas compte du détecteur 16 qui a un taux de comptage élastique quasi nul.

Le taux de comptage par détecteur est donné sur la figure 5.11. Nous ne comptons que les protons élastiques (en bleu) et ceux issus des corrections radiatives internes (en rouge) qui franchissent le seuil de 300 keV sur énergie déposée par les particules dans les scintillateurs dans le but de simuler le seuil du discriminateur ( $\approx \frac{1}{10^6}$  signal élastique) . Aucune coupure n'est faite sur les spectres en temps de vol afin d'avoir le taux de comptage réel par détecteur. Les valeurs du taux de comptage sont données pour la diffusion élastique ainsi que pour les corrections radiatives dont les réactions ont lieu dans la cible d'hydrogène liquide avec un faisceau d'électrons de 40  $\mu A$ .

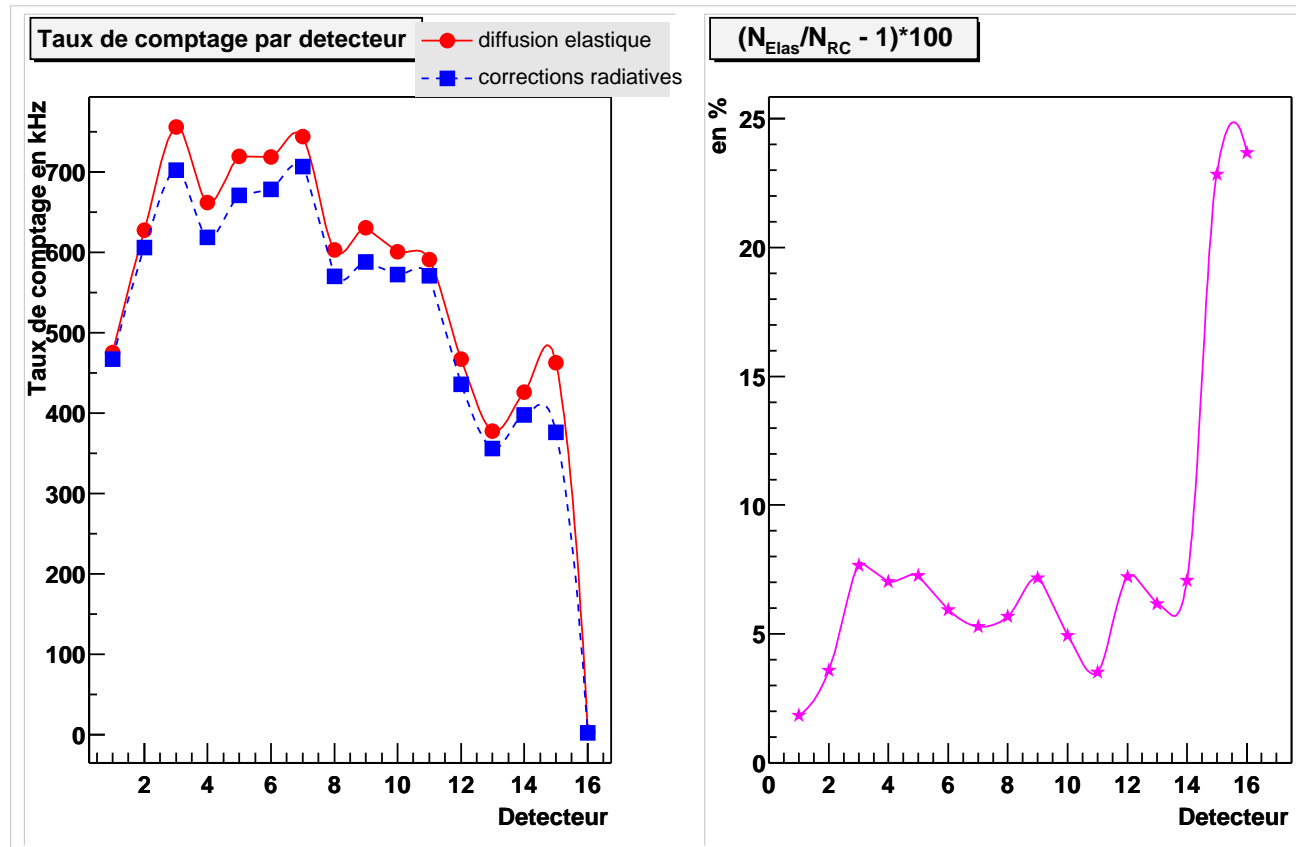


FIG. 5.11 – Taux de comptage par détecteur des protons élastiques et les protons issus des corrections radiatives internes

Detecteur	Elastique (kHz)	Corrections radiatives (kHz)	rapport (%)
1	475.358	466.728	1.84894
2	627.345	605.582	3.59374
3	755.575	701.793	7.66355
4	662.086	618.65	7.02106
5	719.103	670.358	7.27148
6	718.437	678.22	5.92982
7	743.752	706.338	5.29691
8	602.428	570.072	5.67589
9	630.05	587.831	7.18217
10	600.608	572.327	4.94154
11	590.909	570.812	3.52077
12	466.816	435.404	7.21432
13	377.641	355.695	6.16993
14	425.707	397.592	7.07138
15	462.115	376.183	22.8432
16	2.91829	2.35984	23.6645

TAB. 5.1 – Taux de comptage par détecteur pour la diffusion élastique et les corrections radiatives internes

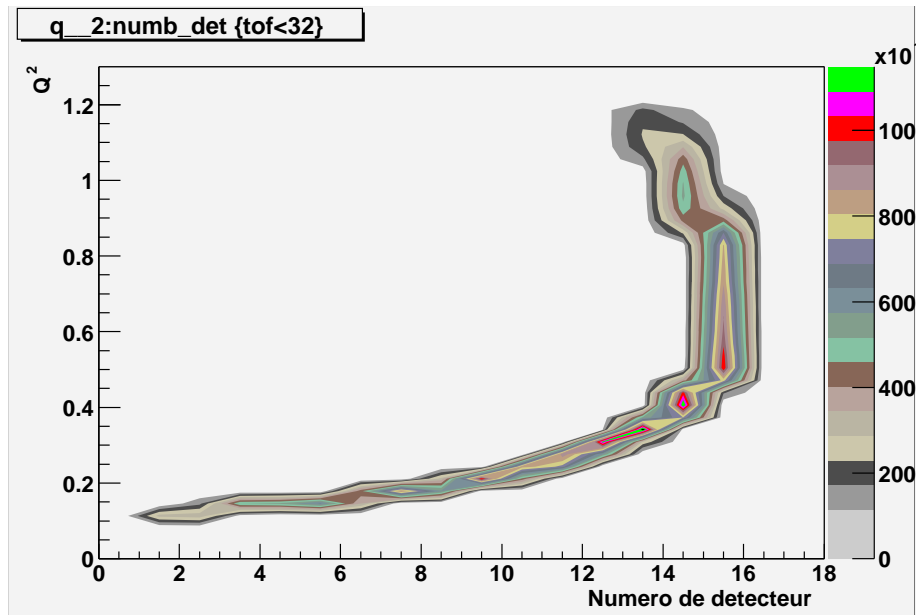


FIG. 5.12 – La valeur du  $Q^2$  simulée, a une valeur bien définie par détecteur, sauf pour les détecteurs 14 et 15, qui ont deux valeurs de  $Q^2$  pour le 14 et tout un domaine en  $Q^2$  pour le détecteur 15

### 5.3.2 Que devient le $Q^2$ ?

Dans le cas de la diffusion élastique, le  $Q^2$  se calcule indifféremment sur l'électron ou sur le proton :

1.  $Q^2 = 4E_e E_{e'} \sin^2 \theta / 2$  si calculé sur l'électron (en prenant  $m_e = 0$ )

2.  $Q^2 = 2M_p T_{p'}$  si calculé sur le proton ( $T_{p'}$  étant l'énergie cinétique du proton de recul)

Par contre, dans le cas des corrections radiatives internes, ces 2 réactions ne sont plus équivalentes. On le calcule donc sur le proton, car c'est ce  $Q^2$  qui intervient dans les expressions théoriques de l'asymétrie. L'effet des corrections radiatives externes sur le  $Q^2$  est négligeable. En effet les corrections radiatives externes représentent une perte d'énergie pour l'électron incident qui n'intervient sur le  $Q^2$  que par l'intermédiaire de la cinématique sur le proton, donc très faiblement (cf chapitre 4).

Les corrections radiatives ont un effet contraire à ce qu'on attend sur la distribution du  $Q^2$  pour chaque détecteur. En effet, les correction radiatives diminuent, pour un angle  $\theta_p$  donné, l'énergie du proton. Or, comme le  $Q^2$  est proportionnel à l'énergie cinétique du proton, il diminue, pour un angle  $\theta_p$  donné, avec les corrections radiatives. Nous observons exactement le contraire : le  $Q^2$  par détecteur augmente, ce qui prouve que le mélange des angles  $\theta_p$  et des énergies contribue à inverser les effets sur les distributions du  $Q^2$  (voir les figures 5.13 et 5.14).

Pour voir l'effet des corrections radiatives sur la valeur du  $Q^2$  par détecteur, nous utilisons une coupe à 2 sigmas sur les spectres en temps de vol. Nous constatons que la variation du centroïde, par les corrections radiatives, de la distribution du  $Q^2$ , est inférieure à 1 % pour la plupart des détecteur excepté les détecteurs 14 et 15. Dans le détecteur 14, les corrections radiatives ont tendance à remplir l'espace entre les deux pics en  $Q^2$ , ce qui pousse la variation du centroïde à 2.5 % (effet qui commence à faire son apparition pour les détecteurs 11, 12 et 13). Pour le détecteur 15, qui comporte tout un domaine en  $Q^2$ , le déplacement se fait en sens inverse des autres détecteurs. Tout ceci est illustré sur la figure 5.15.

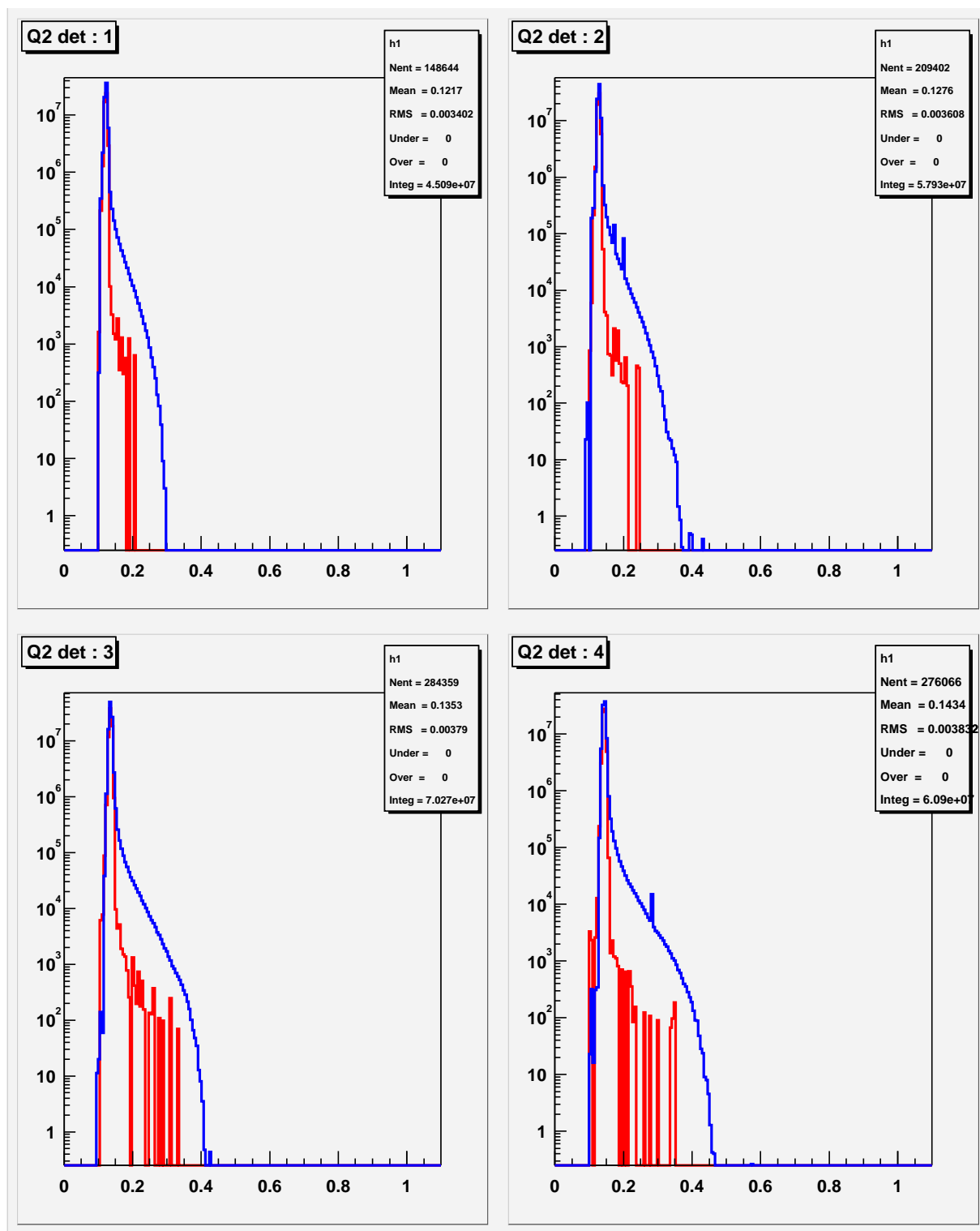


FIG. 5.13 – Spectres de temps de vol créés à partir de GEANT (temps de vol en ns en fonction du nombre de coups)

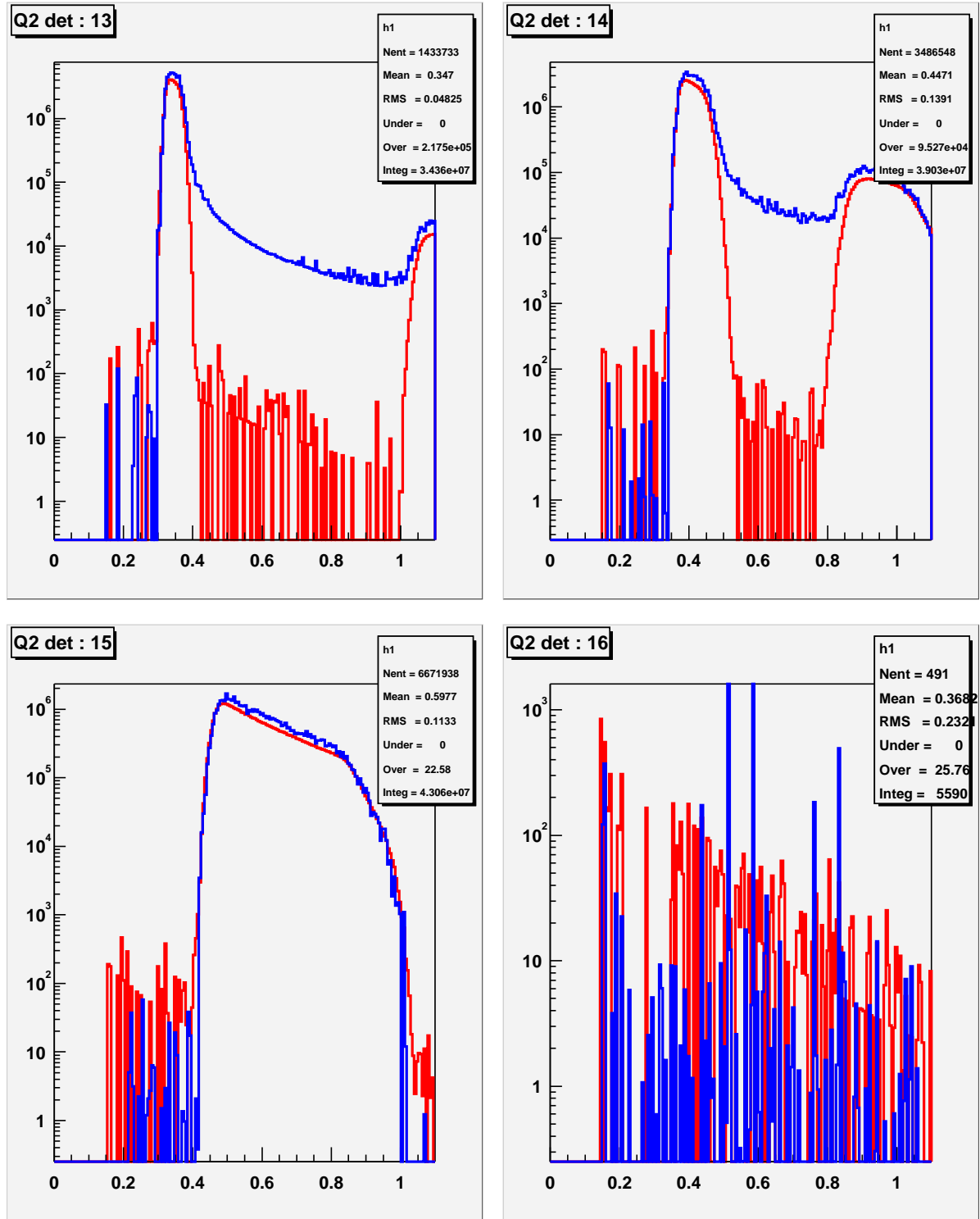
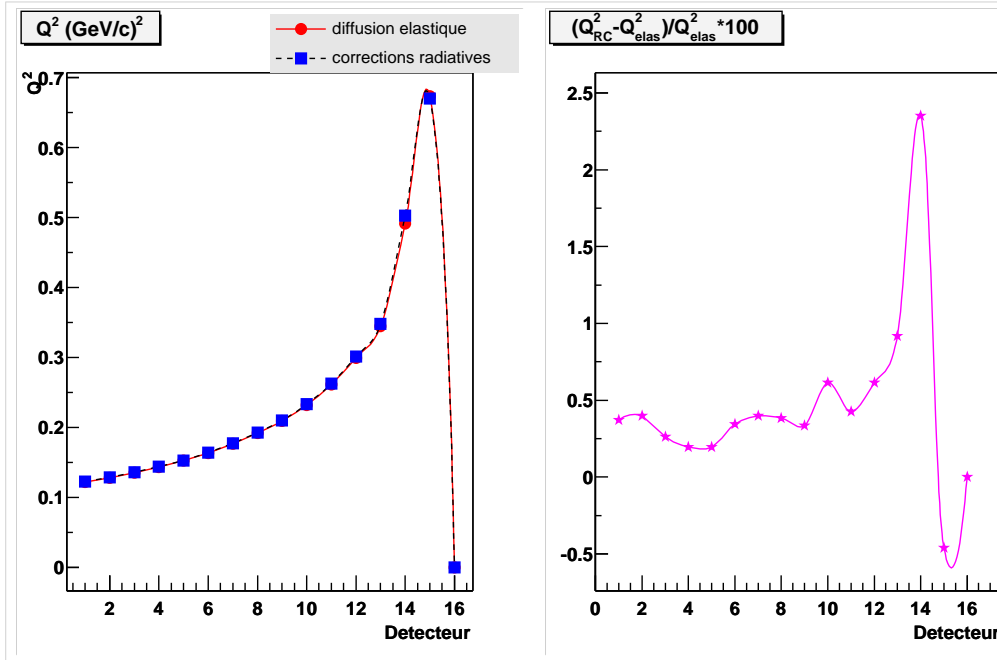


FIG. 5.14 – Le détecteur 14 a ses 2 pics qui correspondent aux 2 valeurs de  $Q^2$ . Le détecteur 15 rassemble plusieurs valeurs de  $Q^2$

FIG. 5.15 – Comportement de la moyenne du  $Q^2$  par détecteur

### 5.3.3 Étude de l'asymétrie

#### Méthodes de simulation

Le but de l'expérience  $G^0$ , comme dans toute expérience de violation de la parité, est de déterminer une asymétrie dans la diffusion élastique. Or, comme nous l'avons vu précédemment, nous ne mesurons pas la diffusion élastique "pure", car elle est toujours accompagnée d'une queue radiative. Afin de calculer la section efficace, nous avons calculé les contributions des diagrammes de la figure 4.8, dont le boson virtuel échangé entre les bras leptoniques et hadroniques est le photon, mais aussi les mêmes diagrammes avec cette fois-ci un  $Z^0$  échangé. Nous sommes donc en mesure de calculer une asymétrie de violation de la parité dans la queue radiative pour toute l'acceptance de  $G^0$ . Les asymétries que nous mesurons expérimentalement sont les asymétries de violation de la parité dans le pic élastique avec les corrections radiatives. Or, afin de remonter aux facteurs de formes étranges du proton (cf. chapitre 1), nous devons calculer une asymétrie à l'ordre le plus bas dans la théorie des perturbations, soit celle correspondant aux diagrammes de la figure 4.6. Donc, pour chaque détecteur, nous allons corriger l'asymétrie par un facteur qui va correspondre au rapport  $\mathfrak{R} = \frac{A_0}{A_{RAD}}$ , où  $A_0$  est l'asymétrie dans l'approximation de Born et  $A_{RAD}$  l'asymétrie de la queue radiative. Pratiquement, nous avons pris un modèle (Hammer) pour notre calcul, ce qui **ne doit pas changer le rapport  $\mathfrak{R}$ , car le même modèle est utilisé dans le calcul de  $A_0$  et  $A_{RAD}$ .**

La méthode pour simuler des asymétries est identique à celle pour calculer les différentes distributions (temps de vol,  $Q^2$  ... ) :

- tirage (aléatoire) du point d'interaction dans le cible d'hydrogène liquide (entre 0 et 20 cm),

- tirage des pertes d'énergies (ionisation et bremsstrahlung ) selon les lois réelles puis calcul de l'énergie incidente,
- tirage (aléatoire) de l'angle d'émission  $\theta_p$  du proton (dans des limites dépendant de l'énergie incidente) de recul ainsi que de son énergie (dans des limites dépendant de  $\theta_p$ ),
- calcul de la section efficace (Born ou bien bremsstrahlung interne), et de l'asymétrie de violation de la parité,
- parcours des particules jusqu'à l'impact sur les détecteurs (évènement accepté ou rejeté).

Expérimentalement, pour chaque quartet on calcule une asymétrie partielle. Dans la simulation, une asymétrie partielle est calculée pour chaque évènement. Nous avons donc une distribution des asymétries par détecteur (dans l'approximation de Born et dans le cas des corrections radiatives). Nous avons deux méthodes pour calculer le rapport d'asymétries par détecteur :

1. Utiliser les distributions des asymétries en supposant que la moyenne de la distribution correspond à la valeur de l'asymétrie.
2. Pour chaque évènement simulé, à partir de la section efficace ainsi que la valeur de l'asymétrie partielle, on calcule des sections efficaces d'hélicité "+" et des sections efficaces d'hélicité "-".

Considérons une distributions de N asymétries partielles  $A_i$ , N étant suffisamment grand pour que l'on puisse tenir compte des effets statistiques. Pour calculer une asymétrie par détecteur, la méthode générale consiste à calculer pour chaque évènement des sections efficaces  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  avec les conditions suivantes :

$$\sigma_i^+ + \sigma_i^- = 2\sigma_i \quad (5.12a)$$

$$A_i = \frac{\sigma_i^+ - \sigma_i^-}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \quad (5.12b)$$

$\sigma$  étant la section efficace calculée en même temps que l'asymétrie (Born, ou corrections radiatives externes). Les expressions des sections efficaces "+" et "-" sont les suivantes :

$$\sigma_i^+ = \sigma_i(1 + A) \quad (5.13a)$$

$$\sigma_i^- = \sigma_i(1 - A) \quad (5.13b)$$

L'asymétrie est donnée par la relation :

$$A = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-} \quad (5.14)$$

$N^\pm$  correspond à la somme de coups ayant touché le détecteur avec une sections efficace  $\sigma^\pm$ . L'erreur sur le calcul de A est donné par  $\frac{1}{\sqrt{N^+ + N^-}}$ , ce qui nécessite le tirage de  $10^{12}$  évènements pour avoir une précision de  $10^{-6}$  (on cherche des asymétries de l'ordre de quelques ppm ( $\equiv 10^{-6}$ )). Cette méthode donnerait une incertitude trop grande au calcul d'asymétries.

Considérons, pour un détecteur, la distribution des asymétries partielles et essayons d'en extraire la valeur de la moyenne :

$$\bar{A} = \frac{\sum_i A_i N_i}{\sum_i N_i} \quad (5.15)$$



$$\bar{A} = \frac{\sum_i \frac{N_i^+ - N_i^-}{N_i^+ + N_i^-} N q_i}{\sum_i N_i} \quad (5.16)$$

avec  $N_i = N_i^+ + N_i^-$ , soit

$$\bar{A} = \frac{\sum_i \frac{N_i^+ - N_i^-}{N_i^+ + N_i^-} (N_i^+ + N_i^-)}{\sum_i (N_i^+ + N_i^-)} \quad (5.17)$$

Après simplification par  $(N_i^+ + N_i^-)$  au numérateur, on trouve l'expression suivante :

$$\bar{A} = \frac{\sum_i (N_i^+ - N_i^-)}{\sum_i (N_i^+ + N_i^-)} = \frac{\sum_i N_i^+ - \sum_i N_i^-}{\sum_i N_i^+ + \sum_i N_i^-} = A \quad (5.18)$$

L'expression 5.18 prouve donc que l'asymétrie est égale à la valeur moyenne de la distribution des asymétries partielles, et c'est par ce biais que nous calculons l'asymétrie par détecteur, avec et sans corrections radiatives, pour remonter au facteur correctif  $\mathfrak{R}_j$ ,  $j$  étant le numéro du scintillateur.

La méthode utilisée pour calculer des distributions est la méthode à poids qui consiste à faire un tirage uniforme dans les variables cinématiques et de normaliser chaque évènement tiré par un poids dont l'expression générale est démontrée dans l'annexe B.1. Par exemple, pour connaître la distribution en temps de vol ou  $\theta$  pour le détecteur 5, on doit normaliser par le poids afin d'obtenir la vraie distribution. Peut-on appliquer ce raisonnement au cas de l'asymétrie ? Le cas de l'asymétrie est particulier dans la mesure où elle représente un rapport de sections efficaces, et le poids utilisé pour faire la normalisation est proportionnel à la section efficace. Il n'est peut-être pas besoin de normaliser par le poids étant donné que l'asymétrie contient déjà la section efficace. Afin de tester la méthode, nous nous plaçons en dehors de GEANT et nous prenons une section efficace analytique uniquement fonction de la variable  $\theta$  de la forme :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega}(\theta_P) = \frac{2\theta + 1}{\sin \theta} \quad (5.19)$$

Nous allons utiliser un tirage selon la loi réelle (donc sans poids) pour évaluer la distribution des asymétries, ainsi qu'une méthode de normalisation par des poids. Le tirage selon la loi réelle revient à tirer au hasard un nombre  $\eta$  compris entre 0 et 1 et d'en déduire la valeur de  $\theta$  qui sera donnée par la relation intégrale que l'on doit inverser :

$$\eta = \frac{\int_{\theta_{min}}^{\theta} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta}{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta} \quad (5.20)$$

Les bornes  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$  sont les bornes de l'acceptance en  $\theta$ .

L'expression du poids, dans le cas où la seule variable est l'angle  $\theta$ , est :

$$w_i = (\theta_{max} - \theta_{min}) \sin \theta \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (5.21)$$

Nous avons aussi simulé une énergie dépendant uniquement de l'angle  $\theta$ , ainsi qu'un  $Q^2$  arbitraire afin de vérifier à nouveau que la méthode de normalisation par un poids marche pour ces variables. Les résultats sont représentés sur la figure 5.16 et confirment clairement qu'il faut à chaque fois normaliser par le poids, notamment pour avoir la distribution des asymétries.

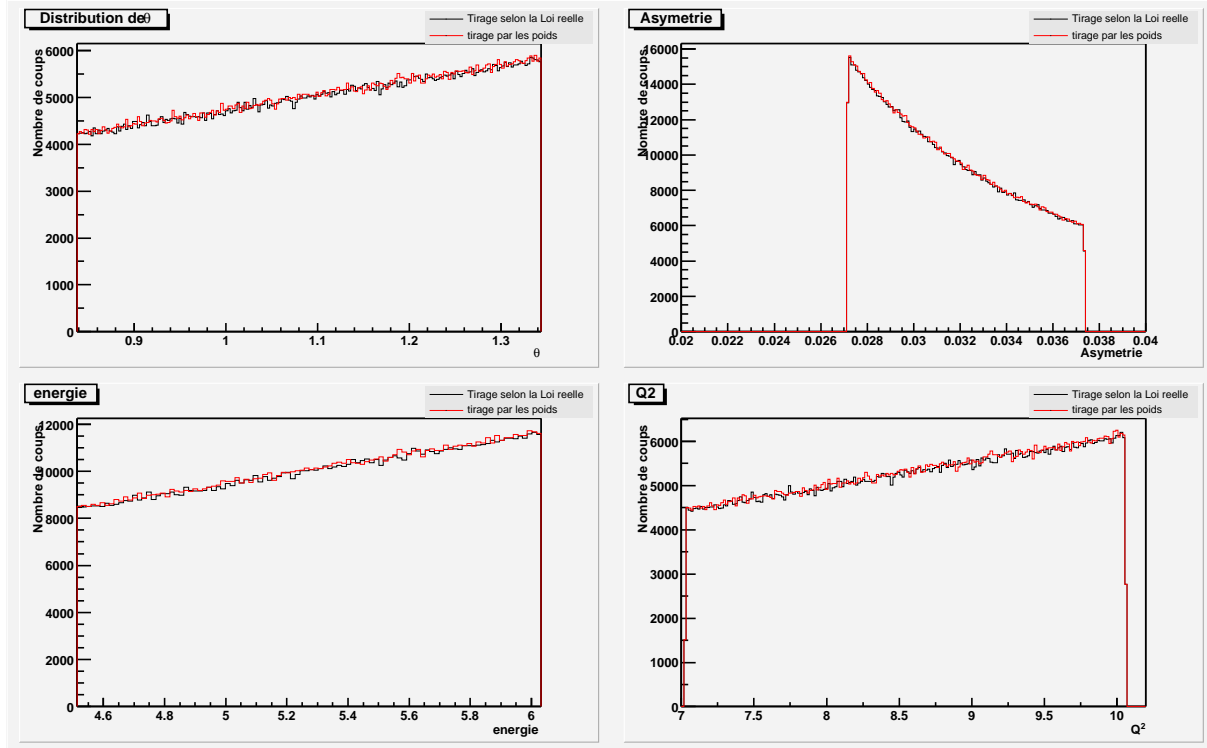


FIG. 5.16 – Distributions des variables par la méthode de normalisation par les poids et par celle du tirage selon la loi réelle

### Facteur correctif $\mathfrak{R}$ par détecteur

Nous utilisons la méthode à poids pour avoir la distribution de l'asymétrie pour chaque détecteur. La coupure à 2 sigmas a été faite sur les spectres en temps de vol, de la même façon que pour l'étude du  $Q^2$ .

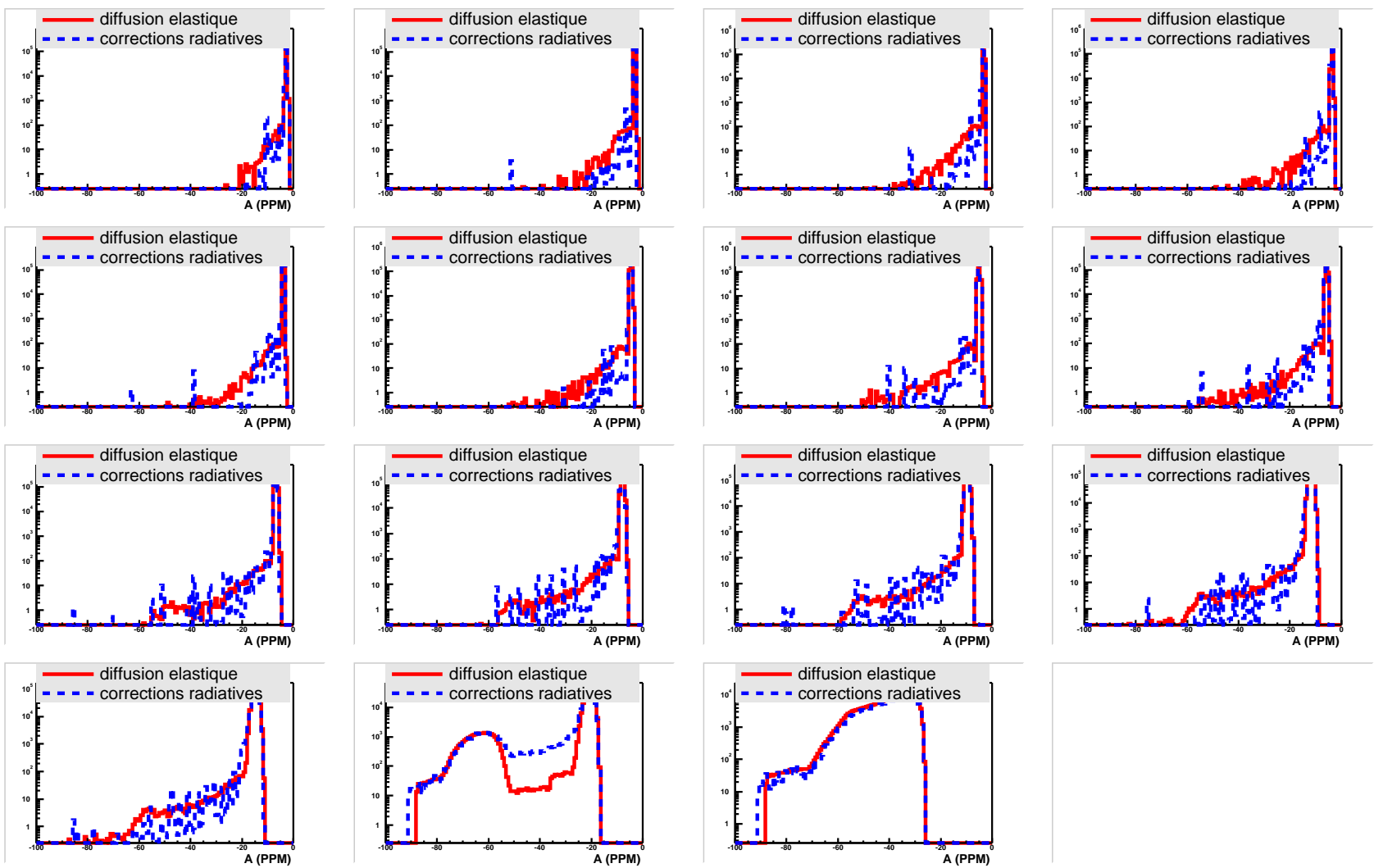


FIG. 5.17 – Distribution des asymétries pour chaque détecteur après coupure sur le temps de vol

Les corrections radiatives ont tendance à faire croître en valeur absolue l'asymétrie. Cette tendance est contraire à l'intuition, au même titre que pour les distributions du  $Q^2$ . En effet, l'asymétrie est proportionnelle au  $Q^2$ , et donc va suivre, en valeur absolue, les mêmes comportements. On retrouve ainsi pour les valeurs moyennes des asymétries, un comportement très similaire à celles du  $Q^2$ . Tout ceci est illustré sur la figure 5.18, dans laquelle est aussi représenté le rapport des moyennes des asymétries élastiques et des corrections radiatives, qui représente d'après ce qui précède, la valeur du facteur correctif  $\mathfrak{R}$  pour chaque détecteur.

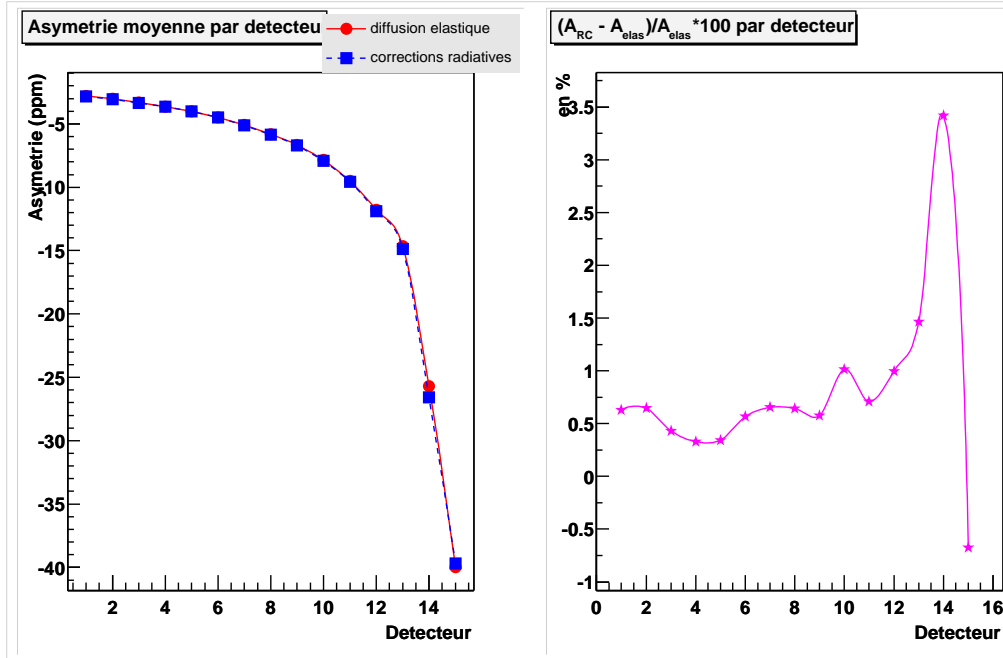


FIG. 5.18 – Comportement de la moyenne des asymétries par détecteur



# Chapitre 6

## Etude du bruit de fond

Dans le chapitre 5 nous avons calculé les spectres des protons corrigés par les effets de corrections radiatives et nous avons simulé le passage de ces protons dans  $G^0$ . Par contre, le spectre expérimental n'est pas composé uniquement du pic élastique mais il contient un bruit de fond parasite provenant de diverses réactions. Ces réactions peuvent être produites dans la cible d'hydrogène ou dans les fenêtres d'aluminium. Dans ce chapitre, nous simulons les réactions secondaires produites par les électrons incidents (électroproduction) ou bien par les photons de bremsstrahlung émis par les électrons (photoproduction). Seules les particules chargées positivement seront détectées.

### 6.1 Le rayonnement de bremsstrahlung

#### 6.1.1 Notion de longueur de radiation

Les formules qui vont suivre sont issus de plusieurs papiers de Y.S Tsai et de Van Wittis [56, 57]. Lorsqu'on travaille avec des photons ou des électrons, il est pratique d'exprimer les épaisseurs de cible en unités de longueurs de radiations, notées  $X_0$ . Pour un matériau donné :

$$X_0^{-1} = \alpha r_0^2 \mathcal{N} A^{-1} \left\{ Z^2 [\phi_1(0) - \frac{4}{3} \ln Z - 4f] + Z [\psi_1(0) - \frac{8}{3} \ln Z] \right\} \quad (6.1)$$

Dans cette expression,

- $\mathcal{N} \approx 6.02 \cdot 10^{23}$  représente le nombre d'Avogadro,
  - $\alpha \approx \frac{1}{137}$  la constante de couplage électromagnétique
  - la fonction  $f$  est la correction de Coulomb pour l'approximation de l'échange d'un seul photon :  
$$f(z = (\alpha Z)^2) = z \sum_{n=1}^{\infty} n(n^2 + z) \approx 1.202z - 1.0369z^2 + \frac{1.008z^3}{1+z}$$
  - $Z$  est la charge du constituant de la cible
  - les fonctions  $\phi$  et  $\psi$  sont issues des facteurs de forme atomiques dans le modèle de Thomas-Fermi.
- Pour exprimer une distance de  $d$  centimètres dans une cible d'hydrogène liquide de densité  $\rho$ , en unité de longueur de radiation, on applique la formule suivante :

$$t = \frac{\rho d}{X_0} \quad (6.2)$$

Les différentes valeurs de  $X_0$  sont tabulées dans l'article de Tsai [56], et pour l'hydrogène liquide,  $X_0 \approx 63.04 \text{ g/cm}^2$ . Du point de vue des unités,  $X_0$  est en  $\text{g/cm}^2$ ,  $\rho$  en  $\text{g/cm}^3$ ,  $d$  en cm, donc  $t$  est sans unité. Dans la plupart des situations, les cibles ou autres milieux sont composées de molécules. Dans ce cas,  $X_0^{-1}$  est donné par la somme des  $(X_0^{-1})_i$  pour chaque atome composant la molécule pondéré par le pourcentage de chaque type d'atome :

$$\frac{1}{X_0} = \sum_{\text{atome}} \frac{P_{\text{atome}}}{(X_0)_{\text{atome}}} \quad (6.3)$$

### 6.1.2 Nombre de photons de bremsstrahlung

Dans le chapitre sur les corrections radiatives, nous avons évalué la perte d'énergie due au bremsstrahlung externe, sans étudier les photons ainsi émis par les électrons dans la cible, et les autres parties du détecteur. Or ces photons peuvent interagir avec les protons de la cible d'hydrogène liquide, ou bien avec les fenêtres d'aluminium qui entourent la cible. Ces réactions sont appelées "réactions de photoproduction". Elles nécessitent, pour être évaluées, de connaître par électron incident, le nombre de photons d'énergie donnée, pour une distance  $t$  traversée par l'électron dans la cible. Les réactions de bremsstrahlung sont accompagnées de réactions de création de paires électron-positron, qui à partir de  $\gamma$  de bremsstrahlung vont redonner des électrons. Nous pouvons donc avoir plusieurs générations de photons et d'électrons : les électrons incidents (1<sup>re</sup> génération d'électrons) vont donner des photons par bremsstrahlung (1<sup>re</sup> génération de photons), qui à leur tour vont donner des électrons par production de paires (2<sup>nde</sup> génération d'électrons), etc ... Un électron d'énergie incidente  $E_0$ , après avoir traversé une épaisseur de cible  $t$  (exprimée en longueur de radiations) a une probabilité  $I_e(E_0, E, t) dE$  d'avoir une énergie comprise entre  $E$  et  $E+dE$ . Le nombre de photons dont l'énergie est comprise entre  $E_\gamma$  et  $E_\gamma + dE_\gamma$  après qu'un électron d'énergie initiale  $E_0$  traverse une cible d'épaisseur  $t$ , est donné par  $I_\gamma(E_0, E_\gamma, t)$ . Les densités de probabilité  $I_e$  et  $I_\gamma$  doivent suivre les conditions aux limites reprenant le fait que pour 0 cm de cible traversée par les électrons, on a pas de photon créé et les électrons n'ont pas perdu d'énergie :

$$\begin{cases} I_\gamma(E_0, E_\gamma, t = 0) = 0 \\ I_e(E_0, E, t = 0) = \delta(E - E_0) \end{cases}$$

D'après Tsai, on peut exprimer  $I_e$  sous la forme :

$$I_e(E_0, E, t) = \frac{(E_0 - E)^{bt}}{E_0^{bt}} \frac{\rho(E_0, E_0 - E)t}{\Gamma(1 + bt)} \quad (6.4)$$

avec,

$$\rho(E_0, E_0 - E) \approx \frac{1}{E_0 - E} \left( \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \frac{E_0 - E}{E_0} + \left( \frac{E_0 - E}{E_0} \right)^2 \right) \quad (6.5)$$

Or d'après l'équation 4.4b,  $b \approx \frac{4}{3}$ . On retrouve donc l'expression 4.4a. Nous pouvons exprimer  $I_\gamma$  en fonction de  $I_e$  :

$$I_\gamma(E_0, k, t) = \int_0^t e^{-\mu(t-t')} dt' \int_k^{E_0} I_e(E_0, E, t') \rho(E, k) dE, \quad (6.6)$$

expression dans laquelle le facteur  $e^{-\mu(t-t')}$  est un facteur d'atténuation témoignant de la production de paires  $e^+ - e^-$  par les photons, où  $\mu = -\frac{7}{9}(1 - \xi)$ .  $\xi$  est une fonction de l'énergie du photon dépendant de la section efficace totale de production de paires :

$$\xi = \frac{\sigma(\infty) - \sigma(k)}{\sigma(\infty)} + \frac{\sigma_{in}(k)}{\sigma(\infty)} \Delta(k) \quad (6.7)$$

Le facteur  $\Delta(k)$  tient compte de l'effet de recul des électrons (lorsque le moment des photons émis est supérieur à la masse de l'électron). La section efficace  $\sigma_{in}(k)$  est la partie inélastique de la section efficace de production de paires, et  $\sigma(\infty)$  est la section efficace pour une énergie de photons infinie. La fonction  $\Gamma(1 + bt')$  est la fonction Gamma de Euler, que l'on peut approcher par :  $\Gamma(1 + bt) \approx 1 - 0.5722bt + 0.9885(bt)^2$ .

La fonction  $\rho$  de probabilité de création de photons d'énergie  $E_\gamma$  est donné par [56]

$$\rho(E_0, E_\gamma) = \frac{N}{A} X_0 \frac{d\sigma_b}{dE_\gamma}(E, E_\gamma) \quad (6.8)$$

$\frac{d\sigma_b}{dE_\gamma}(E, E_\gamma)$  représente la section efficace de bremsstrahlung. En effet, pour avoir la densité de probabilité de créer des photons, il faut non seulement connaître la densité de probabilité que l'électron ait perdu de l'énergie (donnée par  $I_e$ ), mais aussi la probabilité que cette énergie donne des photons (donnée par  $\frac{d\sigma_b}{dE_\gamma}$ ). Dans un cadre plus général, en prenant  $y = \frac{E_\gamma}{E}$ , on peut reformuler la section efficace de bremsstrahlung :

$$\frac{d\sigma_b}{dE_\gamma}(E, E_\gamma) = \frac{A}{NX_0} \frac{1}{E_\gamma} \left( y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{3} \right) g(y) \quad (6.9)$$

avec un terme supplémentaire  $g(y)$  tenant compte du screening (effet d'écran). Dans le cas où on néglige le screening, on prendra  $g(y) = 1$ .

### Méthodes d'intégration[13]

Le problème pour évaluer l'intégrale en énergie de l'expression 6.6 vient du fait que le produit  $I_e(E_0, E, t') \rho(E, k)$  comporte un terme en  $\frac{1}{(E_0 - E)^{1-a}}$  qui converge car  $a > 0$ , mais avec  $a \simeq 0$ . Il est donc très difficile d'obtenir une convergence numérique pour  $E \rightarrow E_0$ . La méthode consiste à scinder l'intégrale en 2 parties :

$$\int_{E_{min}}^{E_0} I_e(E_0, E, t) \rho(E, E_\gamma) dE = \int_{E_{min}}^{E_0 - \eta} I_e(E_0, E, t) \rho(E, E_\gamma) dE + \underbrace{\int_{E_0 - \eta}^{E_0} I_e(E_0, E, t) \rho(E, E_\gamma) dE}_{F_\eta(E_0, E_\gamma, t)} \quad (6.10)$$



Il est possible de transformer  $F_\eta(E_0, E_\gamma, t)$  en une série convergente dont chacun des termes s'intègre facilement entre 2 bornes quelconques  $E_1$  et  $E_2$ . Dans le cas plus général où on tient compte du screening, on écrit  $\rho$  sous la forme :

$$\rho(E_0, E_\gamma) = \frac{1}{E_\gamma} \left( y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{4}{3} \right) g(y) \quad (6.11)$$

Le calcul de l'intégrale 6.10 comporte maintenant une fonction  $g(y)$  et il n'est plus possible de transformer l'intégrand en une série de termes afin de les intégrer séparément. La méthode utilisée par Jacques Van de Wiele consiste à séparer l'intégrale 6.10 en  $N$  parties avec  $N$  suffisamment grand pour que dans chaque intervalle  $[E_i, E_{i+1}]$ , la fonction  $g(y)$  qui varie très peu, soit considérée comme une constante ( $\equiv \frac{1}{2}(g(y_i) + g(y_{i+1}))$ ), que l'on peut sortir de l'intégrale et utiliser la méthode précédente en intégrant terme à terme la série.

Il existe un certain nombre d'approximations qu'il est possible d'utiliser afin d'avoir une expression simplifiée de  $I_\gamma$ . Moyennant les conditions suivantes :  $t \leq 0.22$  et  $k \in [0.3 \text{ GeV}, 2.997 \text{ GeV}]$  nous obtenons l'expression 6.12 dont la précision est de 15% [56] :

$$[I_\gamma(t, k)]_{\text{approche}} = \frac{1}{k} \frac{\left(1 - \frac{k}{E_0}\right)^{\frac{4}{3}t} - e^{-\frac{7}{9}t}}{\frac{7}{9} + \frac{4}{3} \ln\left(1 - \frac{k}{E_0}\right)} \quad (6.12)$$

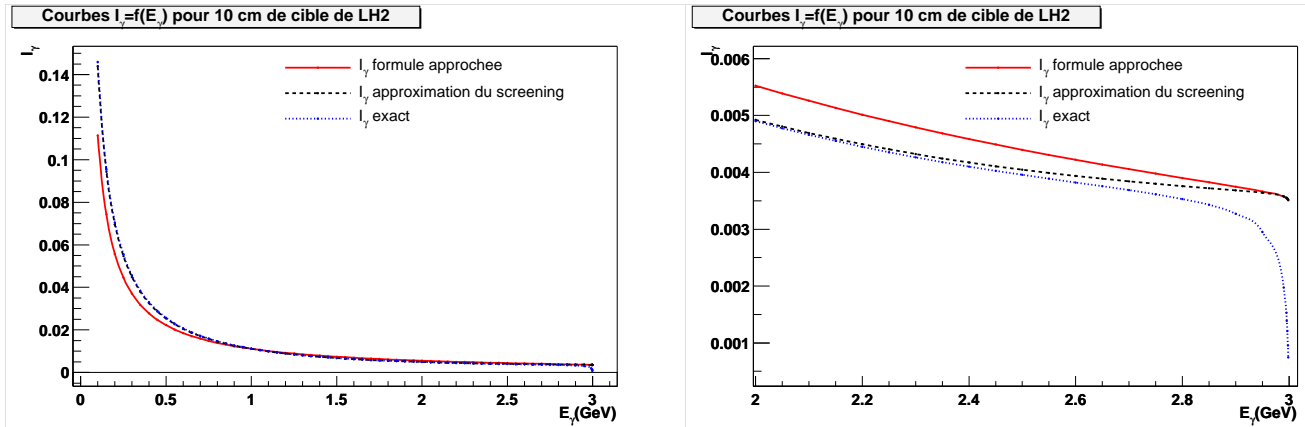


FIG. 6.1 – Courbes de  $I_\gamma$  en fonction de l'énergie du photon, avec  $I_\gamma$  calculé de 3 manières différentes. Sur la figure de droite, un zoom a été réalisé pour  $E_\gamma > 2 \text{ GeV}$ .

### 6.1.3 Quelques résultats numériques

La cible de  $G^0$  fait 20 cm de long et contient de l'hydrogène liquide avec une densité de  $0.0708 \text{ g/cm}^3$ . La longueur de cette cible en longueur de radiation vaut 0.022. D'après Tsai, il existe une longueur critique,  $t_{eq}$ , pour laquelle la contribution de photons virtuels (électroproduction) est égale à la contribution des photons réels (photoproduction). Il évalue cette frontière à  $t_{eq} \approx 2 \times \frac{1}{50} = 0.04$  unités de

longueur de radiation. **Donc pour une cible d'hydrogène liquide de 20 cm, utilisée dans  $G^0$ , la contribution de la photoproduction est inférieure à celle de l'électroproduction**. Il est nécessaire de calculer séparément les deux contributions. Notons que la contribution de la photoproduction sera la plus grande en bout de cible et que même dans ce cas elle est dominée par l'électroproduction. La longueur de cible d'hydrogène liquide pour laquelle on a équivalence entre l'électroproduction et la photoproduction est de l'ordre de 35.6 cm.

## 6.2 Nécessité d'avoir un générateur d'électroproduction

Le seul générateur d'électroproduction disponible à l'énergie de  $G^0$  est le générateur de Lightbody-O' Connel (EPC) basée sur des ajustements de données à haute énergie. Nous devons bien connaître l'origine des protons inélastiques qui constituent la principale pollution étant donné que nous ne pouvons pas l'éliminer entièrement par des coupures en temps de vol comme pour les  $\pi^+$ . Dans le but de bien évaluer le fond inélastique, il est intéressant de refaire un générateur de photoproduction, d'une manière totalement indépendante pour connaître les distributions de protons inélastiques sous le pic élastique.

### 6.2.1 Calcul de la section efficace différentielle d'électroproduction [13, 48]

Dans le paragraphes 6.1.3, nous avons montré, pour la cible de 20 cm de LH2 de  $G^0$ , que la contribution de l'électroproduction était le processus dominant dans les réactions inclusives. Par contre, compte tenu de l'énergie de l'expérience  $G^0$  (électrons de 3 GeV), aucun modèle théorique ne permet de calculer de telles sections efficaces. Nous voulons calculer des sections efficaces pour des réactions du type  $e + N \rightarrow 1 + e' + 2$  :

- si  $N=\text{proton}$ ,  $1=\text{proton}$  et  $2 = \pi^0$  alors on calcule la section efficace différentielle pour le proton,
- si  $N=\text{proton}$ ,  $2=\text{proton}$  et  $1 = \pi^0$  alors on calcule la section efficace différentielle pour le  $\pi^0$ .

On se propose de calculer des sections efficaces différentielles de la forme :

$$\frac{d^3\sigma}{dE_1 d\Omega_1} = \int \frac{d^5\sigma}{d\Omega_1 dE_1 d\Omega_{e'}} d\Omega_{e'} \quad (6.13)$$

Nous pouvons exprimer la section efficace cinq fois différentielle apparaissant dans l'intégrale 6.13 sous la forme :

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_1 dE_1 d\Omega_{e'}} = \frac{1}{32(2\pi)^5} \frac{|\vec{p}_1|}{M|\vec{p}_e|} \sum_{p_{e'}} \frac{|\vec{p}_{e'}|^3 <|\mathcal{M}_{elec}|^2>}{||\vec{p}_{e'}|^2(E_{e'} + E_2) + E_e \vec{p}_{e'} \cdot (\vec{p}_1 - \vec{p}_e)|} \quad (6.14)$$

ce qui donne :

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_1 dE_1 d\Omega_{e'}} = \sum_{p_{e'}} \frac{W |\vec{p}_1|}{\bar{p}_1} \frac{|\vec{p}_{e'}|^2}{||\vec{p}_{e'}|^2(E_{e'} + E_2) + E_e \vec{p}_{e'} \cdot (\vec{p}_1 - \vec{p}_e)|} \frac{d^5\sigma}{d\Omega_{e'} dE_{e'} d\bar{\Omega}_1} \quad (6.15)$$

L'intégration sur les angles de l'électron diffusé  $d\Omega_{e'}$  est dominée par les petites valeurs du quadri-moment échangé. Nous pouvons remplacer pour  $q^2$  proche de 0 la relation exacte 6.15 par :

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_{e'} dE_{e'} d\bar{\Omega}_1}(q^2 \rightarrow 0) \approx \frac{\alpha}{8\pi^2} \frac{|\vec{p}_{e'}|}{|\vec{p}_e|} E_\gamma F_{virt} \frac{d^2\sigma}{d\bar{\Omega}_1}(photo) \quad (6.16)$$

Nous remplaçons l'expression de la section efficace différentielle 6.16 dans l'équation 6.15 qui devient :

$$\frac{d^5\sigma}{d\Omega_1 dE_1 d\Omega_{e'}} = \frac{\alpha}{8\pi^2} \sum_{p_{e'}} \frac{F_{virt} E_\gamma W |\vec{p}_1| |\vec{p}_{e'}|^3}{\bar{p}_1 |\vec{p}_e| |p_{e'}^2(E_{e'} + E_2) + E_{e'} \vec{p}_{e'} \cdot (\vec{p}_1 - \vec{p}_e)|} \frac{d^2\sigma}{d\bar{\Omega}_1}(photo) \quad (6.17)$$

Lorsqu'une variable est soulignée c'est qu'elle est prise dans le centre de masse. Dans les relations 6.17 et 6.16 nous avons (cf référence [49]) :

$$E_\gamma = \frac{W^2 - M^2}{2M} \quad (6.18a)$$

$$W = \sqrt{(q + P_N)^2} \quad (6.18b)$$

$$q = P_e - P_{e'} \quad (6.18c)$$

$$F_{virt} = \frac{2}{Q^4 |\vec{q}|^2} (X_1 + X_2 + X_3) \quad (6.19a)$$

$$-Q^2 = q^2 = 2 \left[ m_e^2 - \left( E_e E_{e'} - |\vec{p}_e| |\vec{p}_{e'}| \cos(\theta_{e'}/2) \right) \right] \quad (6.19b)$$

$$|\vec{q}|^2 = (|\vec{p}_e| - |\vec{p}_{e'}|)^2 + 4 |\vec{p}_e| |\vec{p}_{e'}| \sin^2(\theta_{e'}/2) \quad (6.19c)$$

$$X_1 = \left[ |\vec{q}|^2 + \mathcal{Y}^2 \right] \left[ \mathcal{A}_1^2 \sin^2(\theta_{e'}/2) + \mathcal{B}_1^2 \cos^2(\theta_{e'}/2) \right] \quad (6.19d)$$

$$X_2 = 4 |\vec{p}_{e'}|^2 \sin^2(\theta_{e'}/2) \cos^2(\theta_{e'}/2) \left[ \mathcal{A}_1^2 \cos^2(\theta_{e'}/2) + \mathcal{B}_1^2 \sin^2(\theta_{e'}/2) \right] \quad (6.19e)$$

$$X_3 = 4 \mathcal{Y} |\vec{p}_{e'}| \sin^2(\theta_{e'}/2) \cos^2(\theta_{e'}/2) \left[ \mathcal{A}_1^2 - \mathcal{B}_1^2 \right] \quad (6.19f)$$

$$\mathcal{Y} = |\vec{p}_e| - |\vec{p}_{e'}| + 2 |\vec{p}_{e'}| \sin^2(\theta_{e'}/2) \quad (6.19g)$$

$$\mathcal{A}_1 = \sqrt{(E_{e'} + m_e)(E_e - m_e)} + \sqrt{(E_e + m_e)(E_{e'} - m_e)} \quad (6.19h)$$

$$\mathcal{B}_1 = \sqrt{(E_{e'} + m_e)(E_e - m_e)} - \sqrt{(E_e + m_e)(E_{e'} - m_e)} \quad (6.19i)$$

Nous pouvons réécrire l'équation 6.16 comme [50] :

$$\frac{d^5\sigma}{dE_{e'} d\Omega_{e'} d\bar{\Omega}_1} = \bar{\Gamma} \frac{d^2\sigma}{d\bar{\Omega}_1} \quad (6.20)$$

avec le facteur  $\bar{\Gamma}$  qui est donné par la relation :

$$\bar{\Gamma} = \frac{\alpha}{8\pi^2} \frac{|\vec{p}_{e'}|}{|\vec{p}_e|} E_\gamma F_{virt} \quad (6.21)$$

Si on néglige la masse de l'électron, alors le facteur  $\bar{\Gamma}$  devient :

$$\Gamma = \bar{\Gamma}(m_e = 0) = \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{|\vec{p}_{e'}|}{|\vec{p}_e|} \frac{E_\gamma}{(-q^2(1 - \varepsilon))} \quad (6.22)$$

avec :

$$\varepsilon = \frac{(p_e + p_{e'})^2 - |\vec{q}|^2}{(p_e + p_{e'})^2 + |\vec{q}|^2} \quad (6.23)$$

Or si nous faisons tendre  $q^2$  vers 0, le facteur  $\Gamma$  tend vers l'infini. Nous ne pouvons donc pas utiliser l'expression simplifiée  $\Gamma$  à la place de  $\bar{\Gamma}$ .

## 6.2.2 Étude de la validité des approximations [13, 48]

Afin de valider l'approximation donnée par la relation (6.16), nous nous mettons dans la région de 650 MeV dans laquelle il existe des Lagrangiens effectifs permettant de reproduire les données expérimentales.

La section efficace doublement différentielle 6.16 se décompose sous la forme de 4 termes :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{d\Omega_1} = & \frac{1}{16(2\pi)^2} \frac{1}{ME_\gamma} \frac{\bar{p}_1}{W} \frac{1}{2} \\ & \left[ O_{11}(q^2) + \varepsilon O_{00}(q^2) - \varepsilon \Re \left( O_{1-1}(q^2) \right) \cos(2\varphi_1^*) \right. \\ & \left. + \sqrt{\varepsilon(1+\varepsilon)} 2 \Re \left( O_{01}(q^2) \right) \cos(\varphi_1^*) \right] \end{aligned} \quad (6.24)$$

Le tenseur hadronique  $O$  est reliée au courant hadronique  $J^\nu(h_{N'}; h_N)$  par :

$$O_{\lambda\lambda'}(q^2) = \sum \mathcal{E}_{[\lambda]\mu} \mathcal{E}_{[\lambda']\nu}^* J^\mu(h_{N'}; h_N; q^2) J^{\nu*}(h_{N'}; h_N; q^2) \quad (6.25)$$

$\mathcal{E}_{[\lambda]\mu}$ ,  $\lambda = -1, 0, 1$  étant le vecteur polarisation du photon virtuel d'hélicité  $\lambda$ .

La section efficace  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega_1}$  comporte une partie transverse donnée par la composante  $O_{11}(q^2)$ , une partie longitudinale  $O_{00}(q^2)$  ainsi que des termes d'interférence.

Afin de vérifier la validité du modèle, on calcule la section efficace différentielle (6.13) par trois méthodes différentes pour une énergie incidente de 650 MeV :

- En faisant un calcul exact en utilisant des lagrangiens effectifs compte tenu de l'énergie.
- En ne prenant que le terme transverse dans l'équation (6.24)
- En prenant la section efficace de photoproduction compte tenu de la relation (6.16)

Les calculs ont été réalisés pour  $\theta_p = 60^\circ$  et sont représentés sur la figure 6.2 qui valide la possibilité d'utiliser les sections efficaces de photoproduction pour calculer la section efficace différentielle d'électroproduction 6.13.

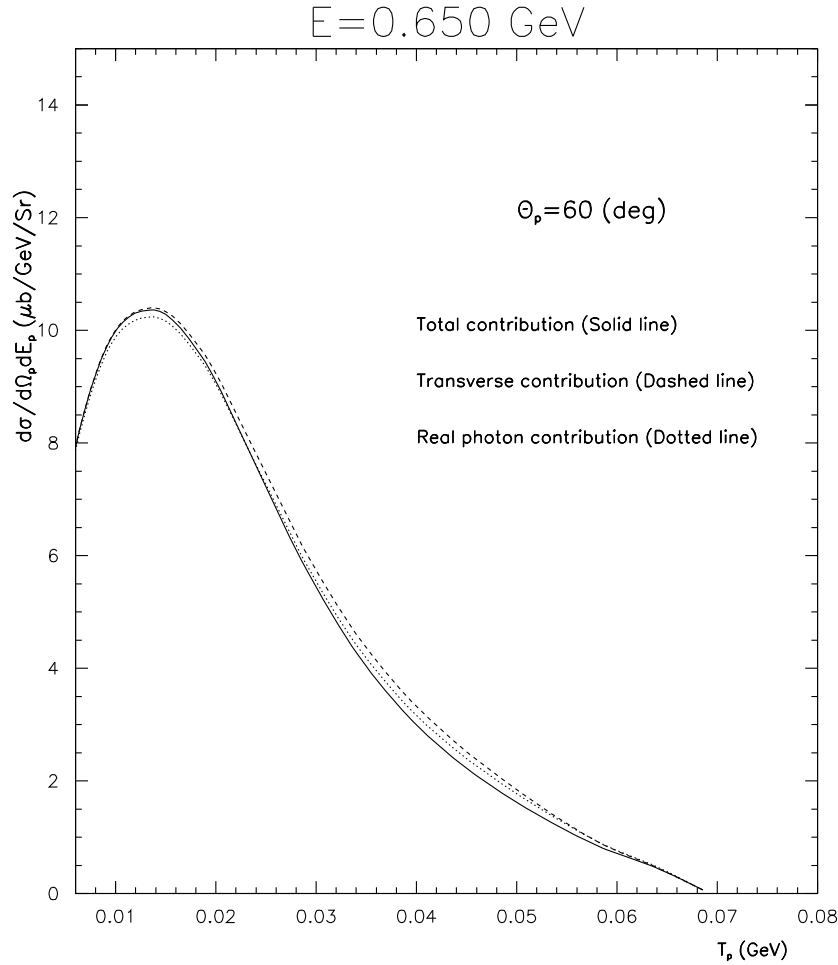


FIG. 6.2 – Comparaison à 650 MeV et à  $\theta_p = 60^\circ$  des sections efficaces données par 3 calculs différents

On considère que l'équivalence des trois calculs pour une énergie incidente de 650 MeV est encore valable dans le domaine d'énergie de  $G^0$ . Nous pouvons donc utiliser les sections efficaces de photoproduction données par le générateur de Graal 6.2.4.

### 6.2.3 Comparaisons du générateur d'Orsay au générateur EPC

Nous comparons sur la figure 6.3 les sections efficaces différentielles données par le générateur d'Orsay à celles données par EPC, pour des angles des protons de recul de  $60^\circ$  (a) et  $70^\circ$  (b). Les deux programmes donnent des résultats similaires sauf pour la région du delta  $\Delta$ . En effet dans le code EPC, la paramétrisation de la résonance  $\Delta$  n'est exactement valable qu'au niveau du pic de masse du  $\Delta$ . Ce domaine ne devrait pas nous gêner pour  $G^0$  étant donné qu'elle est supprimée par les collimateurs.

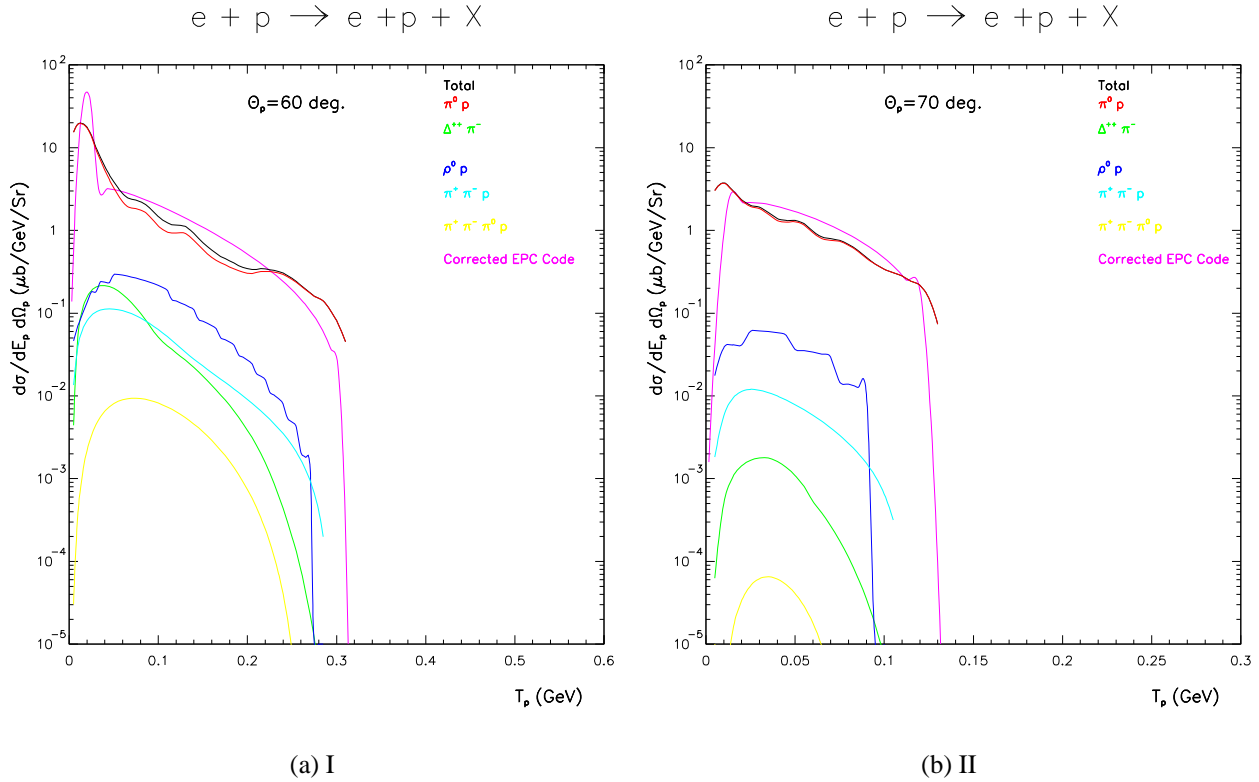


FIG. 6.3 – Contribution des différents canaux du générateur d'Orsay et comparaison avec le code EPC à  $60^\circ$  et  $70^\circ$

### 6.2.4 Le générateur de Graal

Les calculs pour faire un générateur de photoproduction et d'électroproduction adapté à la cinématique de  $G^0$  sont basées sur le générateur de Graal.

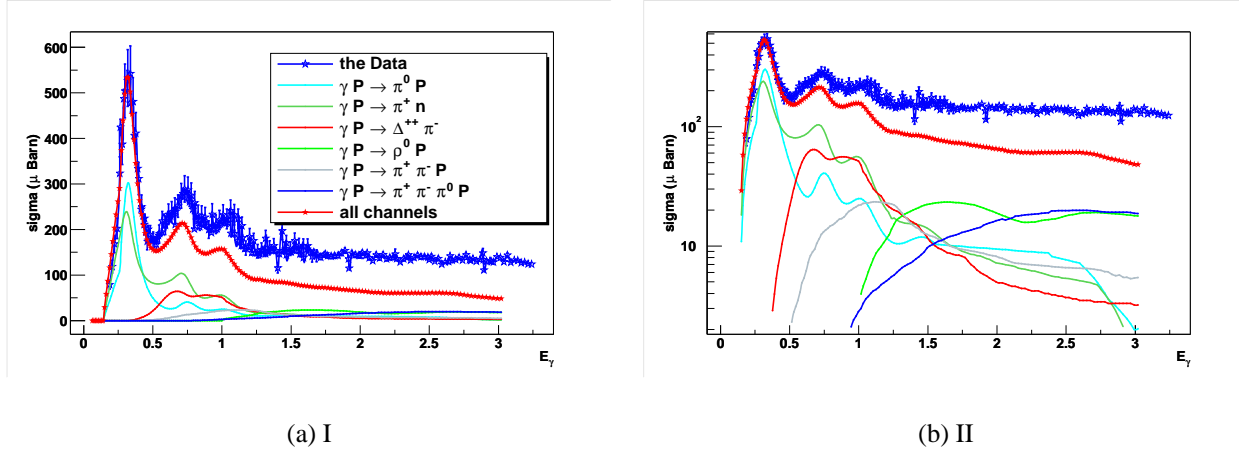


FIG. 6.4 – Sections efficaces de photoproduction dans différents canaux et données du générateur de Graal [12] (en linéaire a et logarithmique b)

## 6.3 La photoproduction

Les sections efficaces ne sont pas de véritables sections efficaces puisqu'elles dépendent de la distance traversée dans la cible par l'électron. La section efficace de photoproduction est en effet le produit du flux de photons  $I_\gamma$  par la section efficace de photoproduction ( $\gamma + n \rightarrow 1 + 2$ ).

## 6.4 Comparaison de l'électroproduction à la photoproduction

### 6.4.1 Cas des protons inélastiques

Nous avons créé un générateur de photoproduction basé sur les calculs de  $I_\gamma$  ainsi que sur les calculs de la section efficace présenté dans les paragraphes précédents. Le générateur consiste à interpoler dans les sections efficaces différentielles de photoproduction pour des angles  $\theta_P$  allant de 48 degrés à 77 degrés (on s'est limité à l'acceptance de  $G^0$ ). Pour l'électroproduction, nous avons utilisé les sections efficaces différentielles décrites précédemment, et nous faisons une interpolation similaire. Sur les figures 6.5 et 6.6, nous comparons les sections efficaces de photoproduction à celles de l'électroproduction pour différentes valeurs de l'angle  $\theta_P$  et pour différentes réactions.

1. Electroproduction produisant des protons :  $e + P \rightarrow e + P + \pi^0$
2. Photoproduction produisant des protons :  $\gamma + P \rightarrow P + \pi^0$

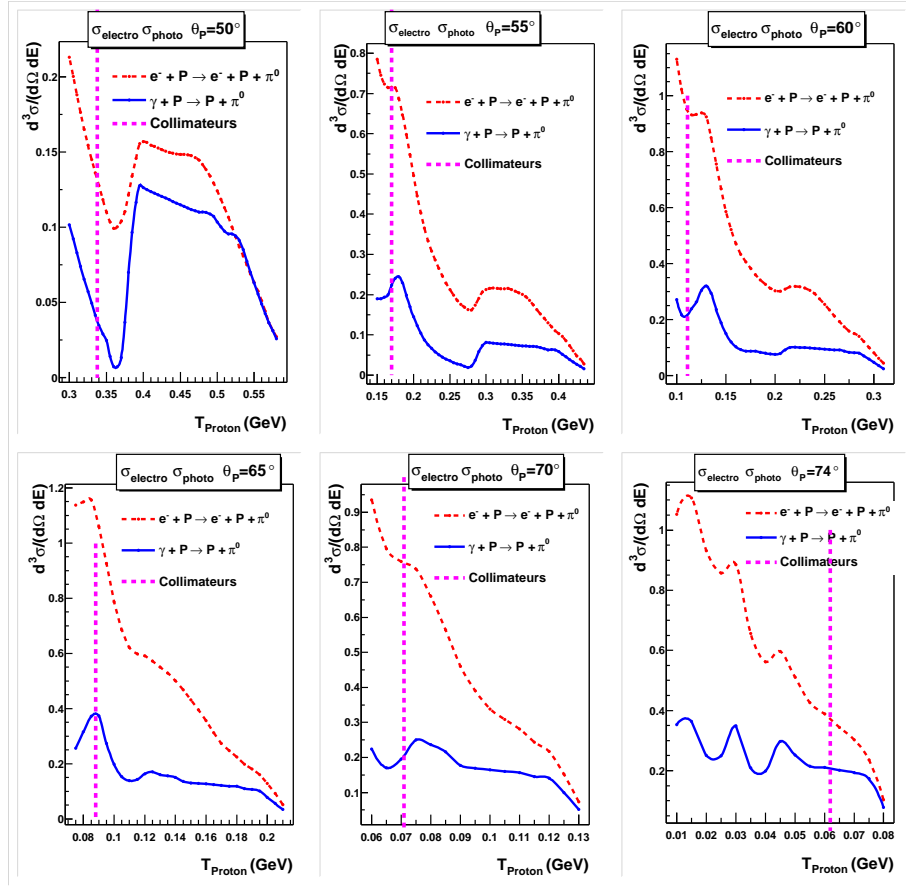


FIG. 6.5 – Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, pour des réactions ayant lieu en bout de cible ( $d=20\text{cm}$ )

Compte tenu des collimateurs qui, pour chaque angle  $\theta_p$ , font une coupure en énergie du proton de recul  $T_p$  (représentée par un trait vertical en pointillés sur les figures 6.5 et 6.6), la sections efficace d'électroproduction domine sur celle de photoproduction quel que soit le point de réaction dans la cible de  $G^0$ . Afin de comparer ces deux effets sur les spectres en temps de vol, nous introduisons les générateurs de photoproduction et d'électroproduction dans GEANT. Le passage aux taux de comptage par détecteur se fait comme pour les corrections radiatives internes par le biais d'une normalisation par la méthode des poids développée dans l'appendice B.1. Lorsqu'un électron incident de 3 GeV arrive dans la cible, il subit une perte d'énergie s'accompagnant de création de photons. A ces photons viennent s'ajouter les photons créés par les électrons dans leur passage dans la fenêtre d'entrée de la cible en aluminium. Ces photons vont interagir avec des protons de la cible dans des réactions de photoproduction. Les électrons qui ont perdu de l'énergie par bremsstrahlung vont eu aussi interagir avec les protons de la cible, mais dans des réactions d'électroproduction. Sur la figure 6.12 sont représentés les spectres en temps de vol pour les protons inélastiques venant de l'électroproduction, ainsi que ceux venant de la photoproduction avec uniquement les photons venant de la cible d'hydrogène liquide, et ceux issus de la photoproduction des photons venant de la cible et ceux qui viennent de la fenêtre d'entrée de  $254\text{ }\mu\text{m}$  d'aluminium.



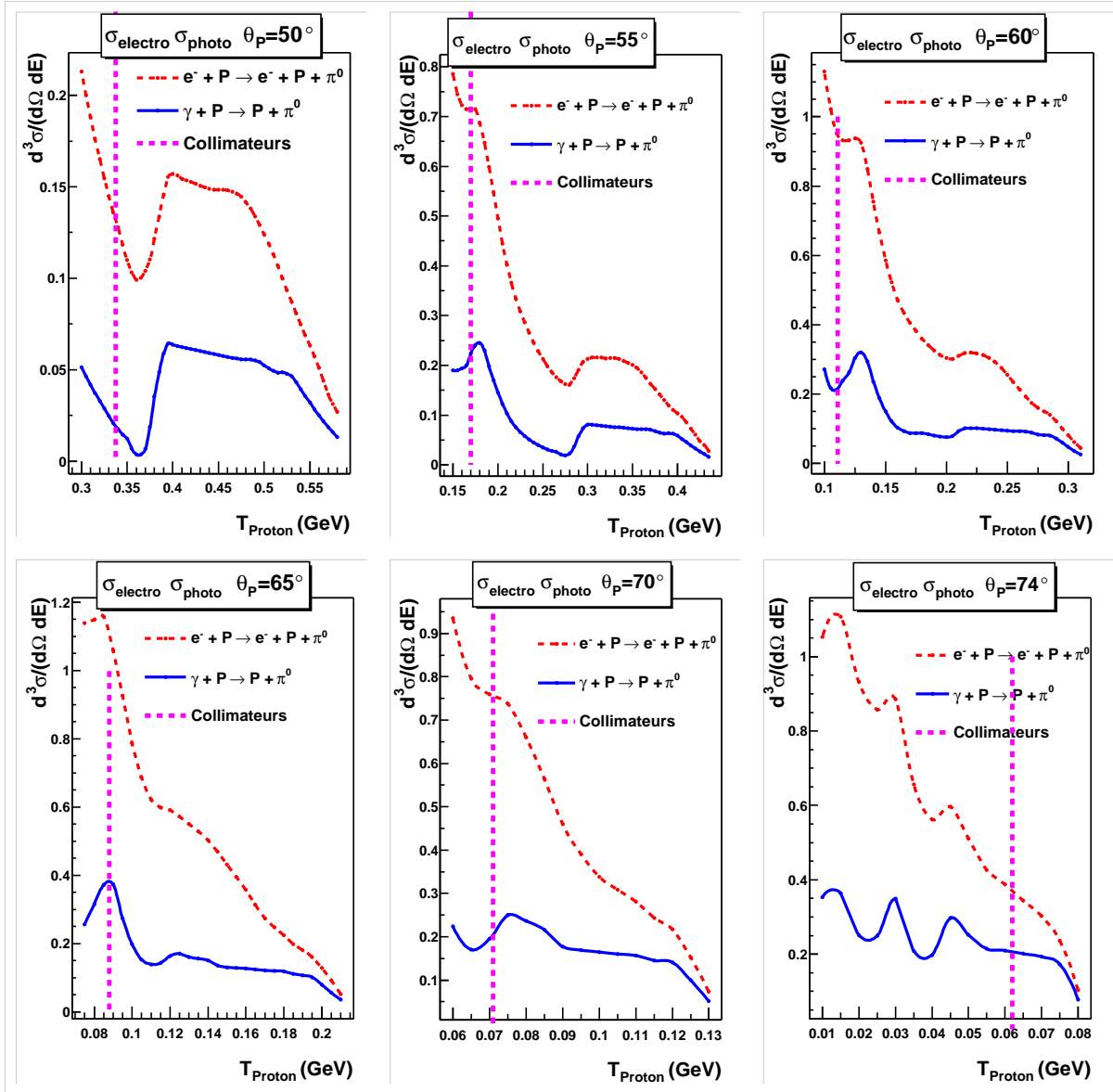


FIG. 6.6 – Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, pour des réactions ayant lieu en milieu de cible ( $d=10\text{cm}$ )

Nous constatons

1. que l'effet de la fenêtre d'entrée en aluminium sur la photoproduction est relativement faible comparé à la cible d'hydrogène liquide (écart entre la courbe violette, qui est la somme de la photoproduction du LH2 et de la fenêtre d'entrée d'aluminium, avec la courbe rouge qui est représentée la photoproduction dans le LH2).
2. que l'électroproduction domine sur la photoproduction comme prédit par Tsai [56].

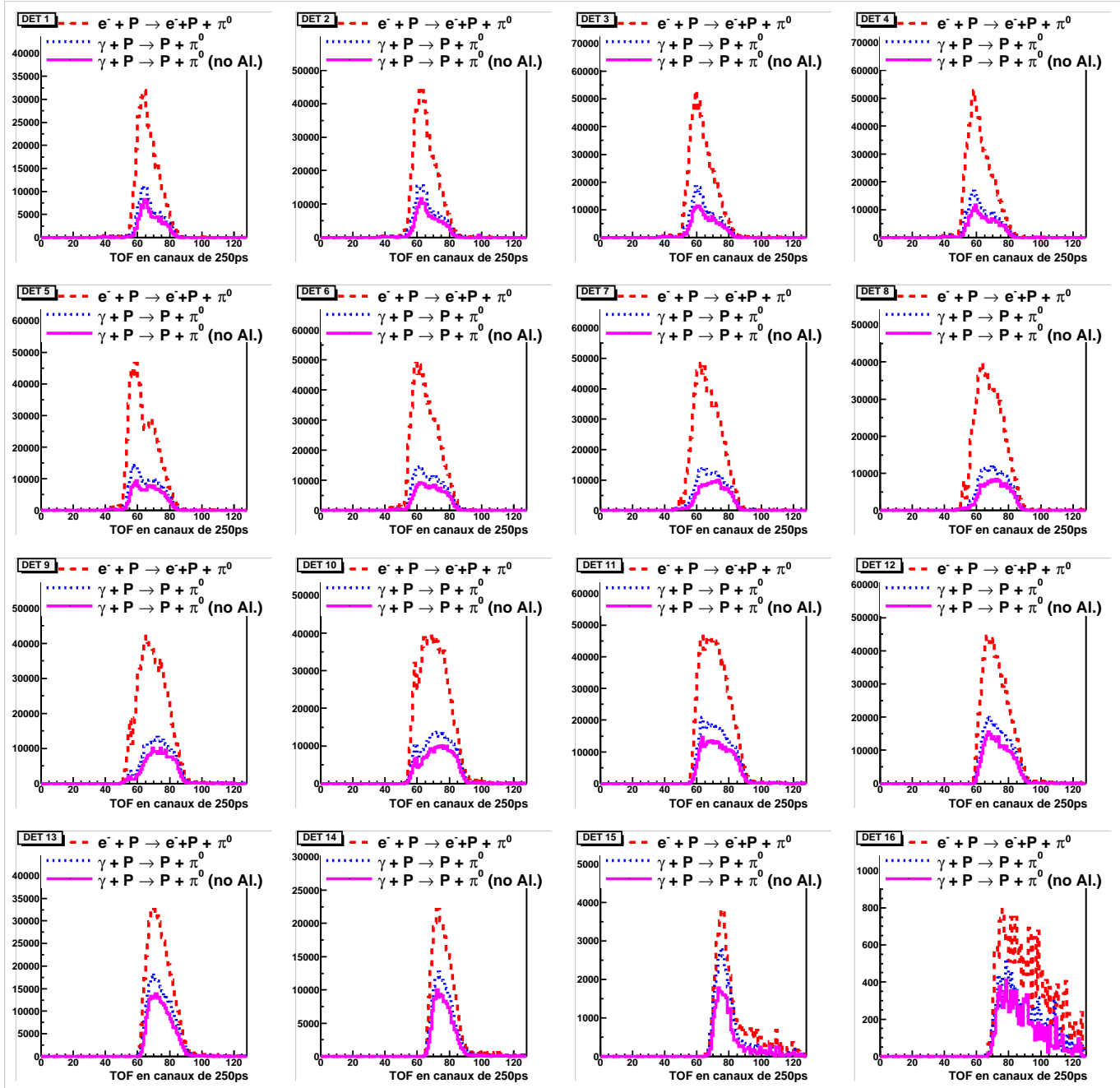


FIG. 6.7 – Comparaison des spectres en temps de vol pour les protons inélastiques venant de la photoproduction et de l'électroproduction

## 6.4.2 Cas des pions

L'aimant supraconducteur empêche les particules de charge négative d'arriver jusqu'aux détecteurs. Les particules qui vont peupler les spectres en temps de vol sont donc les protons et les  $\pi^+$ . Le rapport entre électroproduction et photoproduction suit la même loi que pour les protons inélastiques (cf. figures 6.8 et 6.9).

Les canaux étudiés pour la production de  $\pi^+$  primaires sont :

1.  $e + n \rightarrow e + \pi^+ + n$  (électroproduction)
2.  $\gamma + n \rightarrow \pi^+ + n$  (photoproduction)

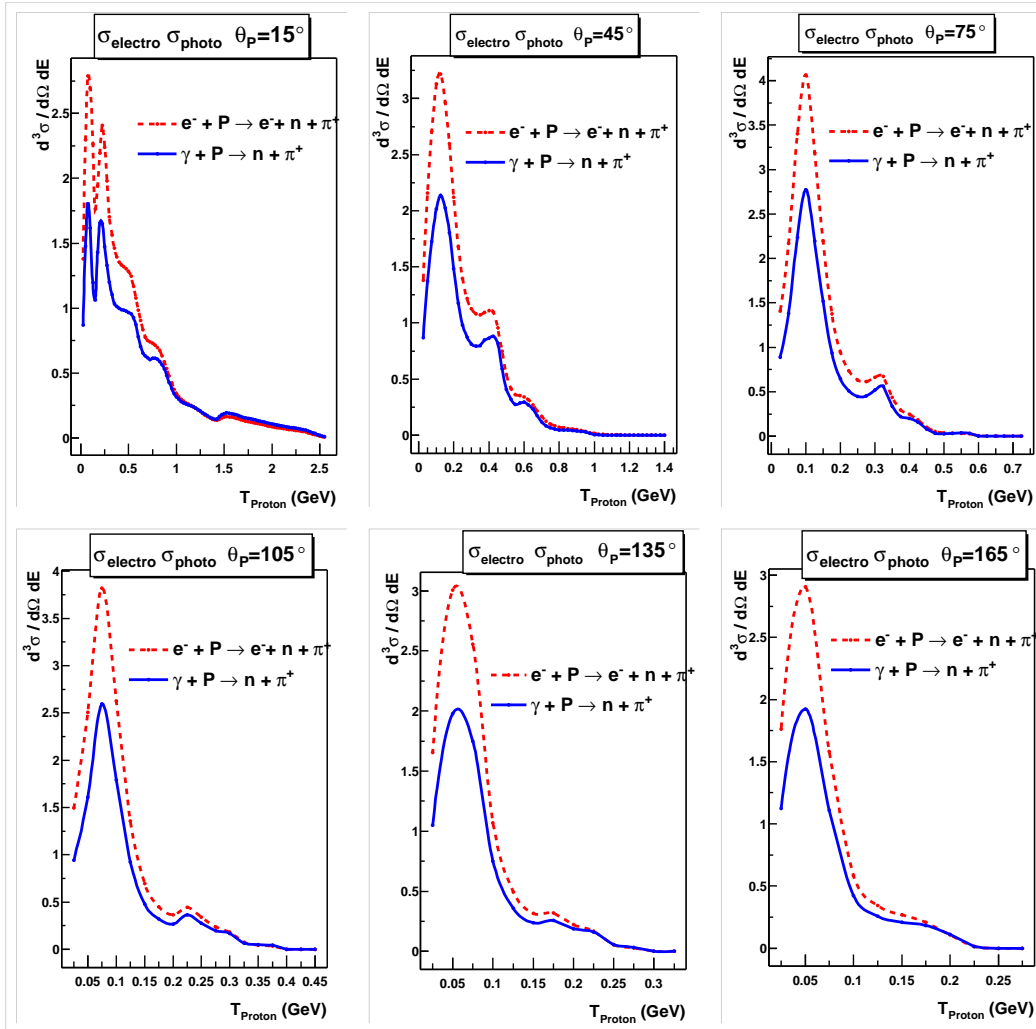


FIG. 6.8 – Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, dans le canal  $e + P \rightarrow e + n + \pi^+$ , pour des réactions ayant lieu en bout de cible ( $d=20\text{cm}$ )

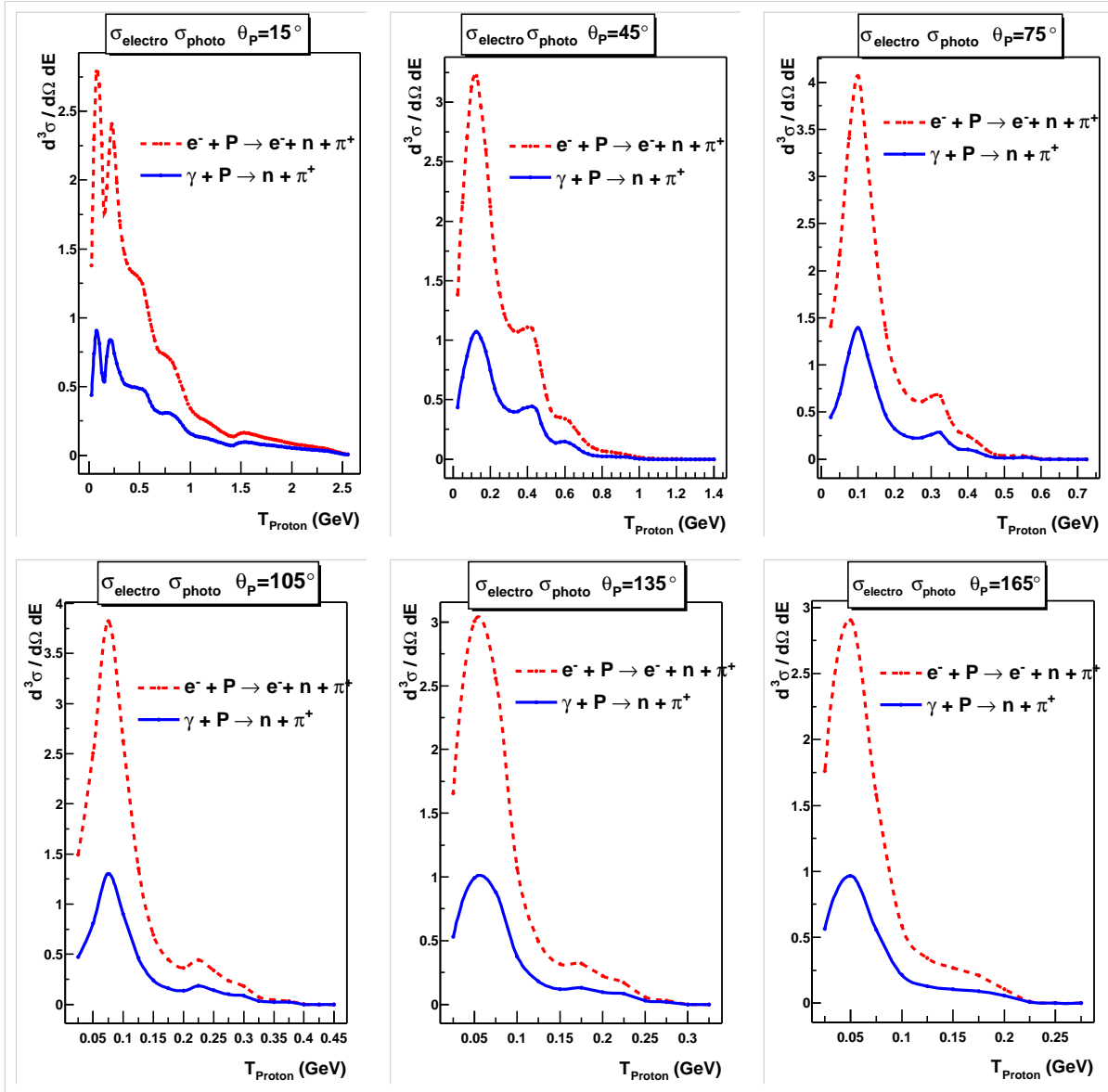


FIG. 6.9 – Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, dans le canal  $e + P \rightarrow e + n + \pi^+$ , pour des réactions ayant lieu en milieu de cible ( $d=10\text{cm}$ )

Pour avoir le spectre en temps de vol correspondant aux  $\pi^+$ , on utilise la même méthode que pour les protons inélastiques. La seule différence concerne le domaine cinématique qui est différent pour les deux particules. En effet, dans une réaction à 3 corps (par exemple  $e + P \rightarrow e + P + \pi^0$ ), le domaine cinématique en  $\theta$  de la particule détectée (par exemple le proton) dépend de la masse de la particule, en plus de l'acceptance du détecteur. Pour le proton inclusif et pour une énergie d'électrons incidents de 3 GeV,  $\theta_P$  se trouve dans l'intervalle  $[0, 84.695^\circ]$ . Pour le  $\pi^+$ , les limites en  $\theta_\pi$  sont  $\theta_\pi \in [0, 180^\circ]$ . Seule l'acceptance du détecteur va empêcher certains des pions d'arriver jusqu'aux détecteurs.

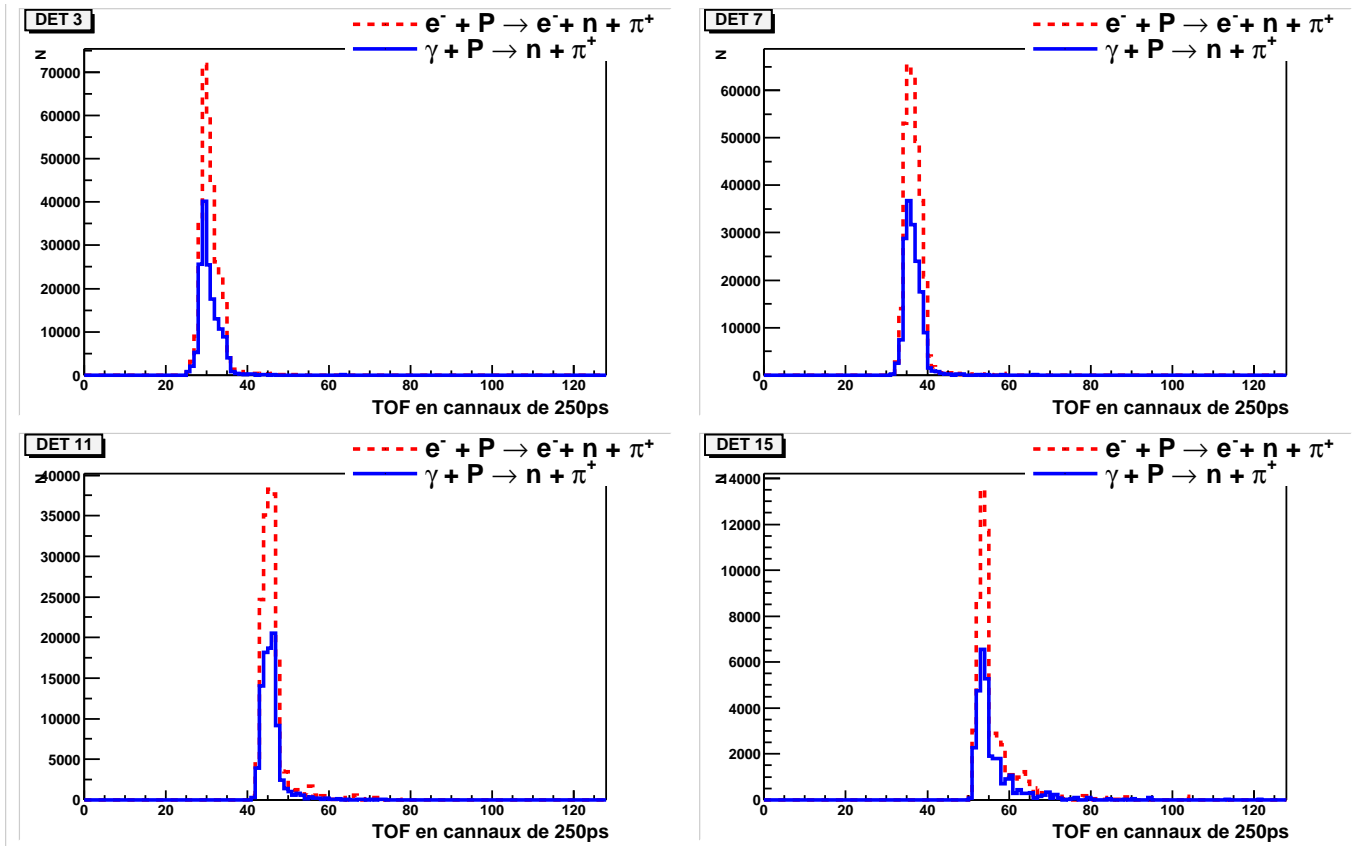


FIG. 6.10 – Comparaison des spectres en temps de vol pour les  $\pi^+$  venant de la photoproduction et de l'électroproduction

## 6.5 Les autres canaux donnant des protons et des pions

Il existe 2 façons d'avoir des protons inélastiques dans les détecteurs :

- de manière directe par des réactions inclusives donnant en voie de sortie des protons ,
- de façon indirecte : la réaction primaire ne comporte pas de proton en voie de sortie, mais les particules produites vont à leur tour avoir des réactions (par exemple avec les collimateurs) et vont créer des particules secondaires. Tous les protons qui font partie de ces particules secondaires vont eux aussi contribuer à peupler le fond des protons inélastiques.

Il en est de même pour les  $\pi^+$ .

Les autres canaux explorés sont les suivantes :

1. Production de  $\pi^0$  :  $e + P \rightarrow e + \pi^0 + P$
2. Production de neutrons :  $e + P \rightarrow e + \pi^+ + n$

## 6.6 Comparaison aux données de SOS

### 6.6.1 But de l'expérience SOS

Afin de tester nos modèles, une expérience de production de protons inélastiques et de  $\pi^+$  a pû être effectuée avec le spectromètre SOS (Short Orbit Spectrometer) dans le Hall C. Les caractéristiques du spectromètre sos sont les suivantes :

- Énergie du faisceau : 3.245 GeV.
- Angle de détection des particules : entre  $58.2^\circ$  et  $75.0^\circ$ .
- Gamme en impulsion : de 360 à 916 MeV/c.
- Cible d'hydrogène liquide de 4cm, mais compte tenu de la position des collimateurs, le faisceau ne "voyait" qu'une épaisseur de 1cm au centre de la cible (donc pas d'effet des fenêtres d'aluminium). L'acceptance de sos pouvait aussi être connue avec une grande précision ce qui nous a permis de tester la validité de nos simulations.

Le spectromètre SOS comporte une partie magnétique constituée d'une paire de chambres à dérive (notée DC1 et DC2) permettant de reconstruire les trajectoires des particules détectées. Une mesure du temps de vol est effectuée entre une série de quatre plans détecteurs dont on fait la coïncidence de trois d'entre eux. Les données analysées nous ont été fournies [14] sous forme de section efficaces différentielles pour plusieurs angles de protons mais seules les données à  $\theta_p = 58.2^\circ$  et  $\theta_p = 65.6^\circ$  étaient exploitables. Les premières comparaisons des résultats avec un générateur de photoproduction se trouvent dans la référence [15].

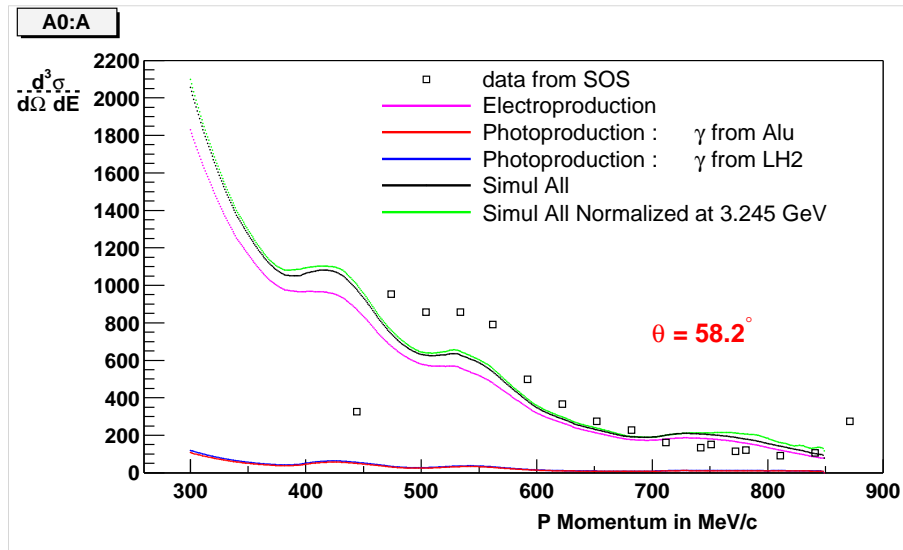


FIG. 6.11 – Comparaison des sections efficaces du générateur d'Orsay avec les sections efficaces mesurées avec SOS pour  $\theta_p = 58.2^\circ$

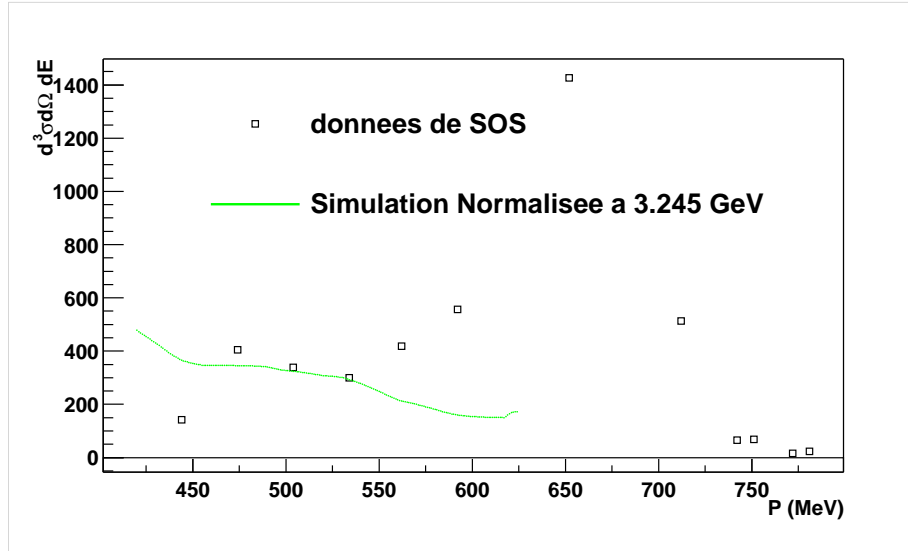


FIG. 6.12 – Comparaison des sections efficaces du générateur d'Orsay avec les sections efficaces mesurées avec SOS pour  $\theta_p = 65.6^\circ$

Compte tenu de la longueur de cible, la contribution de la photoproduction (en rouge et bleu sur la figure 6.12) est négligeable comparée à celle de l'électroproduction (en rose sur la figure 6.12). Nous sommes les contributions de la photoproduction et de l'électroproduction (courbe noire) que nous renormalisons à l'énergie incidente de 3.245 GeV car nos calculs sont réalisés pour des énergies incidentes inférieures ou égales à 3 GeV. Le coefficient de proportionnalité est :

$$R = \frac{\sigma_{E=3\text{GeV}}}{\sigma_{E=3\text{GeV}-0.245\text{GeV}}} \quad (6.26)$$

cette renormalisation fait passer la courbe noire à la courbe verte sur la figure 6.12. En comparant aux données de SOS, on s'aperçoit qu'environ 30 % des sections efficaces ne sont pas expliquées par nos modèles et moins de 5% à  $\theta_p = 65.6^\circ$ . Deux erreurs sont à prendre en compte [43] :

1. une erreur expérimentale sur le passage des données de SOS aux sections efficaces,
2. une erreur théorique venant des données du générateur de GRAAL dont on se sert dans nos modèles théoriques.

## 6.7 Comparaison des simulations et des spectres expérimentaux pour $G^0$

Le spectre expérimental comprend un pic élastique contenant les corrections radiatives, un pic de protons inélastiques qui du fait de la géométrie du détecteur et du champ magnétique arrive avant en

temps de vol, et un pic de pions qui a le plus petit temps de vol compte tenu de sa masse. Sur les figures 6.13 et 6.14, nous comparons les spectres expérimentaux (issus des données du commissionning) aux spectres théoriques simulés avec GEANT. Les protons inélastiques proviennent de l'électroproduction et de la photoproduction (le nombre de photons de bremsstrahlung ayant été calculé pour une distance  $z$  de cible de LH2 traversée auquel on rajoute les photons de bremsstrahlung provenant de la fenêtre d'entrée d'aluminium).

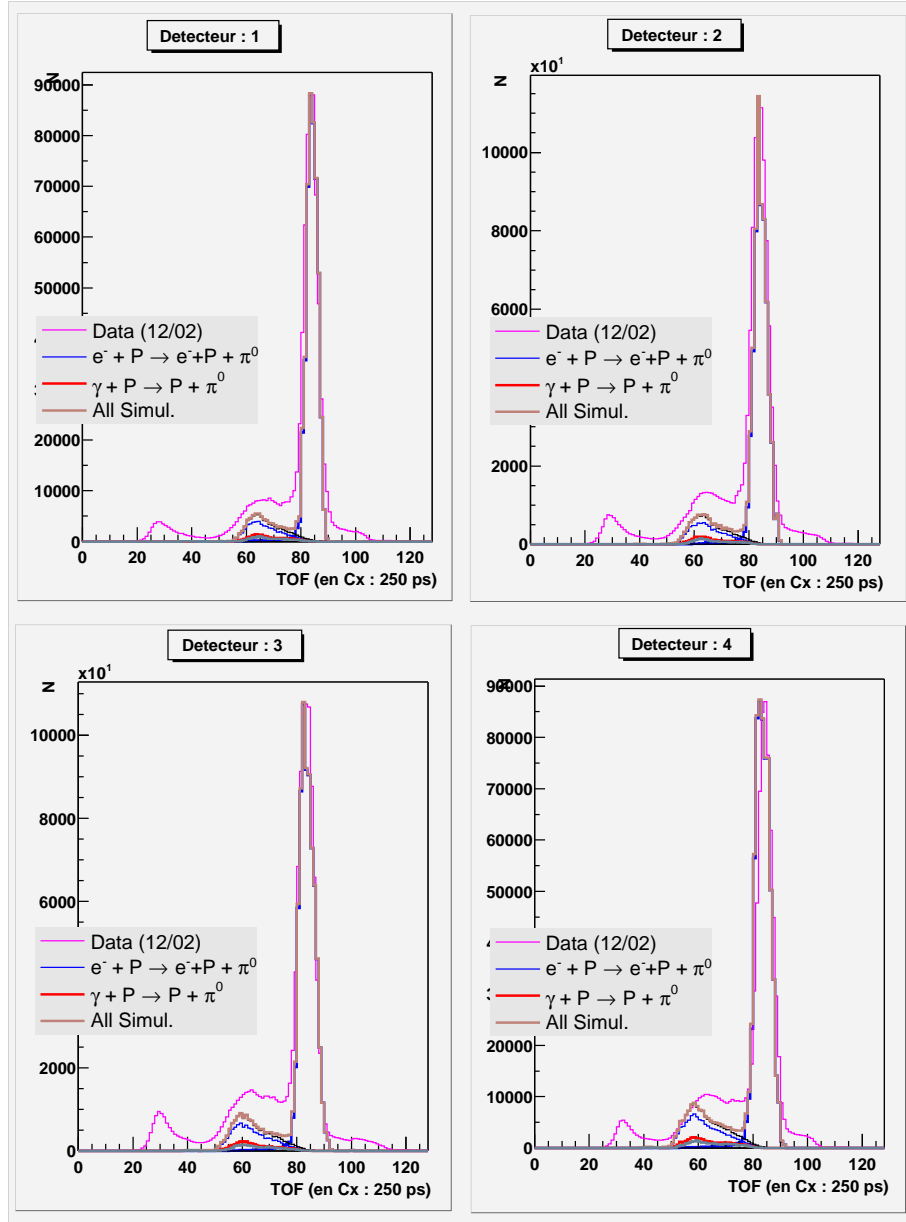


FIG. 6.13 – Comparaison des spectres en temps de vol pour les protons inélastiques des données du commissionning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 1 à 4



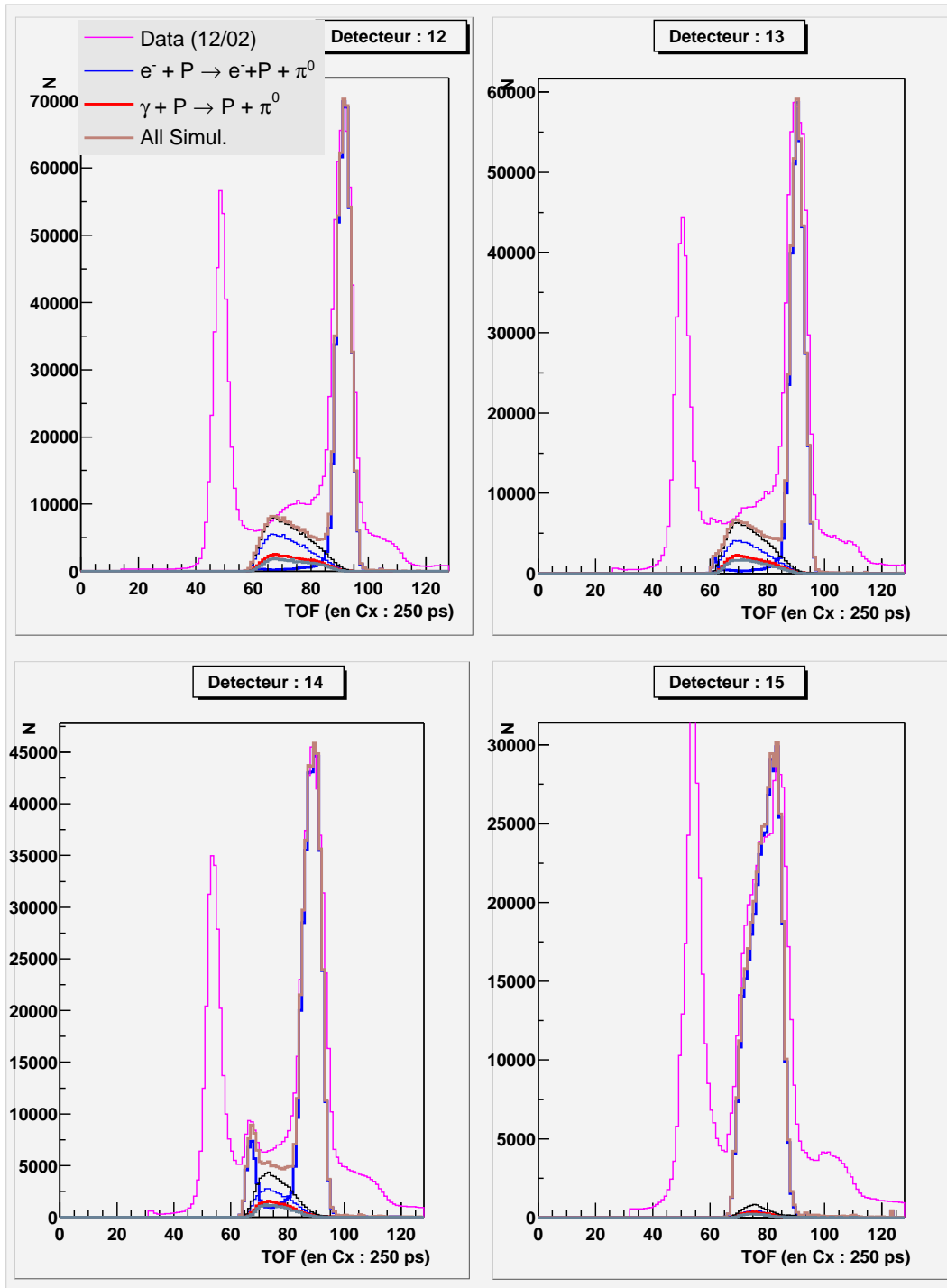


FIG. 6.14 – Comparaison des spectres en temps de vol pour les protons inélastiques des données du commissioning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 12 à 15

Une partie du spectre expérimental concernant les protons inélastiques (allant jusqu'à plus de 50% du spectre expérimental) n'est pas expliquée si l'on ne tient compte que des protons inélastiques issus

de la cible d'hydrogène liquide. Il faut pour cela faire appel à des mécanismes produisant des protons dans les fenêtres d'aluminium (entrée et sortie). Deux phénomènes sont à prendre en compte sous forme de 3 contributions :

1. l'électroproduction sur la fenêtre d'aluminium d'entrée,
2. la photoproduction sur la fenêtre d'aluminium de sortie, par les photons créés sur toute la cible de LH2 ainsi que sur la fenêtre d'aluminium d'entrée,
3. l'électroproduction sur la fenêtre d'aluminium de sortie.

On néglige la photoproduction sur la fenêtre d'aluminium d'entrée car on néglige le nombre de photons à l'entrée de la cible. La difficulté pour calculer les contributions de la photoproduction ou de l'électroproduction sur l'aluminium est marquée par le fait qu'aucun modèle fiable n'existe pour calculer de telles sections efficaces. Il existe pourtant un moyen expérimental pour évaluer l'ampleur des contributions inélastiques des fenêtres d'aluminium : il faut minimiser au maximum l'effet de la cible de LH2 en diminuant la densité de l'hydrogène qui s'y trouve. Pour cela, on augmente la température de la cible et on travaille avec de l'hydrogène gazeux. Plusieurs données ont été prises au cours du commissioning à deux densités pour l'hydrogène. Les densités de l'hydrogène sont données dans le tableau 6.1.

Cible	Vide ( $H_2$ Gaz)	Vide ( $H_2$ Gaz)	Pleine ( $LH_2$ )
Température/Pression	26K/32.09 psia	37K/31.69 psia	19K/24.7 psia
densité de l'hydrogène( $kg/m^3$ )	2.327	1.495	72.32
No de run (5000 A, 50 mV)	15906	15907	16052

TAB. 6.1 – Différentes densités de cible pendant les prises de données du commissioning

Les données cibles vides permettent de maximiser l'effet des fenêtres d'aluminium : en effet la densité de l'hydrogène est diminuée d'un facteur  $\rho_{LH2}/\rho_{H2} \approx 30$ . Ceci a pour effet de diminuer la photoproduction et l'électroproduction du LH2 de ce même facteur. Les seules contributions qui ne subissent pas cette diminution sont celles de l'électroproduction sur les fenêtres d'aluminium ainsi que la photoproduction des photons produits dans la fenêtre d'entrée de la cible sur la fenêtre d'aluminium de sortie. Or la photoproduction des photons de la fenêtre d'entrée est négligeable compte tenu du faible nombre de photons créés. Donc les données avec la cible vide sont essentiellement de l'électroproduction dans la fenêtre de sortie. Nous avons donc accès, pour chaque détecteur, à une distribution en temps de vol de l'électroproduction dans les fenêtres d'aluminium. Les données de cible vide comportent aussi de la diffusion élastique mais celle-ci peut être soustraite par la simulation.

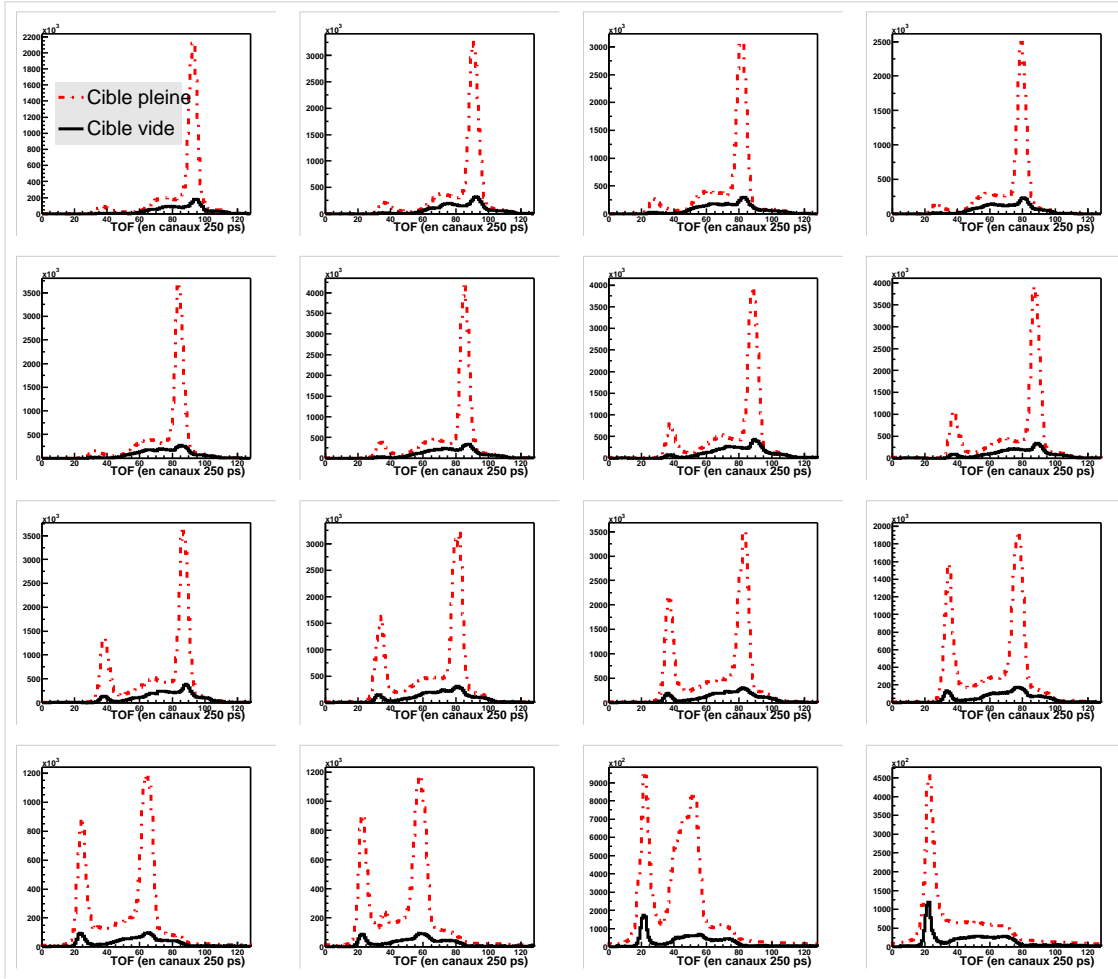


FIG. 6.15 – Comparaison des spectres en temps de vol des données de cible vide (contenant de l'hydrogène gazeux) aux données de cible pleine (LH2)

Les contributions de la cible vide, de la cible de LH2 et de la simulation sont les suivantes :

1. La simulation comprend :
  - l'électroproduction sur le LH2,
  - la photoproduction sur le LH2 par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la fenêtre d'entrée d'aluminium,
  - la photoproduction sur le LH2 par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la cible LH2,
  - la diffusion élastique dans la cible de LH2.
2. La cible de LH2 comprend
  - l'électroproduction sur le LH2,
  - l'électroproduction sur la fenêtre de sortie d'aluminium,
  - l'électroproduction sur la fenêtre d'entrée d'aluminium,

- la photoproduction sur le LH2 par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la fenêtre d'entrée d'aluminium,
- la photoproduction sur le LH2 par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la cible LH2,
- la photoproduction sur la fenêtre de sortie d'aluminium par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la fenêtre d'entrée d'aluminium,
- la photoproduction sur la fenêtre de sortie d'aluminium par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la cible LH2,
- la diffusion élastique dans la cible de LH2.

3. Les mesures en cible vide comprennent

- l'électroproduction sur la fenêtre de sortie d'aluminium,
- l'électroproduction sur la fenêtre d'entrée d'aluminium,
- la photoproduction sur la fenêtre de sortie d'aluminium par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la fenêtre d'entrée d'aluminium,
- la photoproduction sur la fenêtre de sortie d'aluminium par les  $\gamma$  de bremsstrahlung venant de la cible LH2.

## 6.8 Conclusions et perspectives

Dans nos simulations du bruit de fond, nous avons déterminé la contribution principale des protons inélastiques. Deux effets imbriqués s'ajoutent pour créer ce fond polluant : l'électroproduction et la photoproduction dans la cible de LH2. Par contre, une grande partie de ce bruit de fond n'est pas expliqué avec uniquement le LH2 : il faut y inclure l'interaction des électrons et des photons de bremsstrahlung sur les fenêtres d'aluminium. Faute de sections efficaces, des données en cible vide nous ont permis de les caractériser. En effet, les données avec cible vide permettent de combler l'écart entre la simulation de la cible de LH2 avec les données expérimentales de cible pleine.

Dans le but de réduire les effets des fenêtres d'aluminium, la collaboration  $G^0$  a décidé pour le second commissionning de réduire leur épaisseur d'un facteur 3. L'effet est visible sur les figures 6.16 et 6.17 dans lesquels nous comparons les données du commissionning avant et après la réduction de l'épaisseur des fenêtres d'aluminium aux simulations de la cible de LH2. Ainsi que nous l'avions prévu, le fond contenant les protons inélastiques a diminué et surtout sur la partie à grand temps de vol. En effet, la cinématique empêchait les protons inélastiques venant du LH2 de venir couvrir cette région en temps de vol, alors que pour la diffusion électron-aluminium, la cinématique peut permettre aux protons de couvrir cette région. Il reste néanmoins une contribution inexpliquée par la simulation de la cible de LH2 : la fenêtre d'aluminium bien que plus fine génère des protons inélastiques contribuant au fond polluant inélastique.

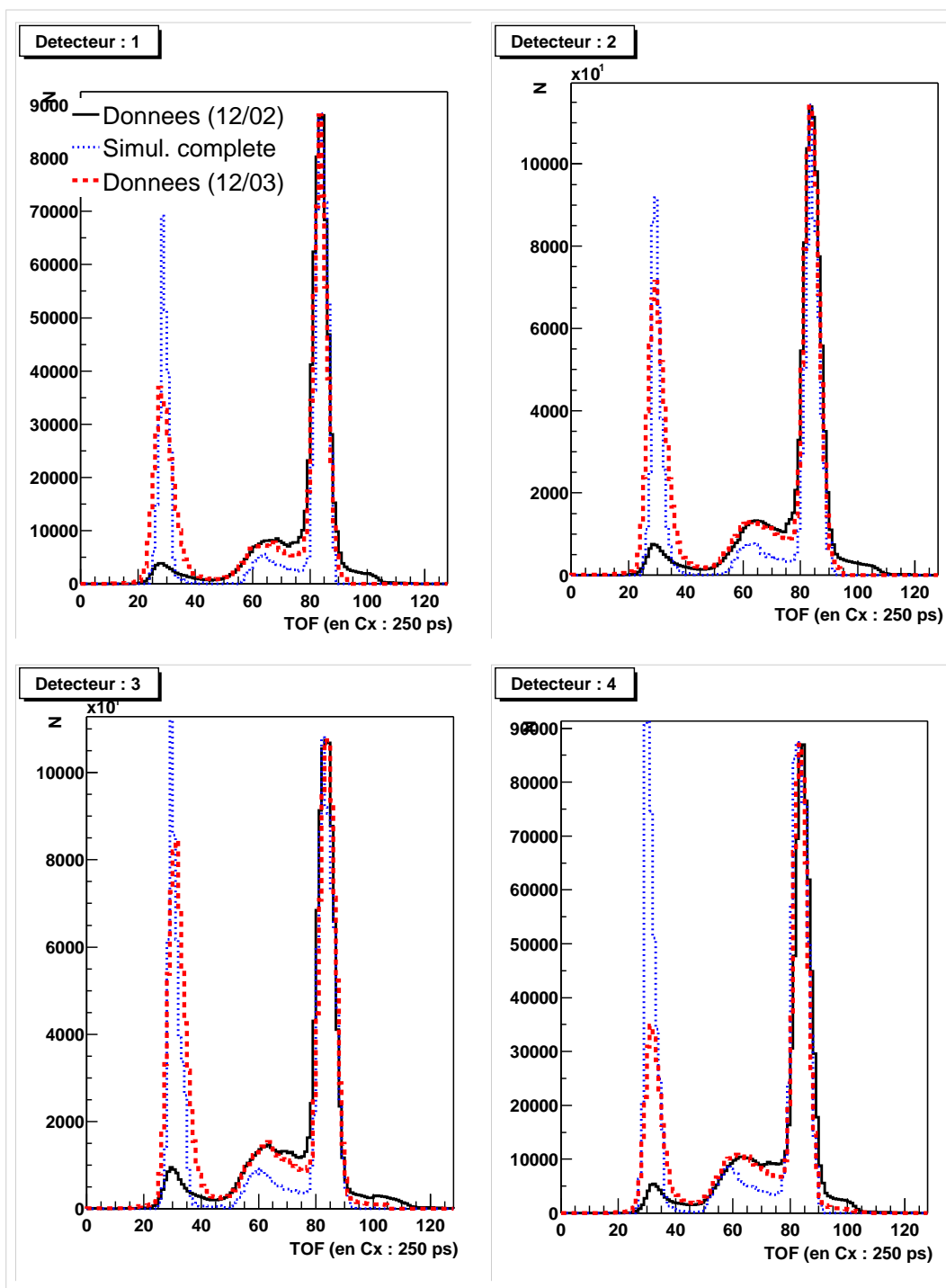


FIG. 6.16 – Comparaison des spectres en temps de vol des données du second commissioning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 1 à 4

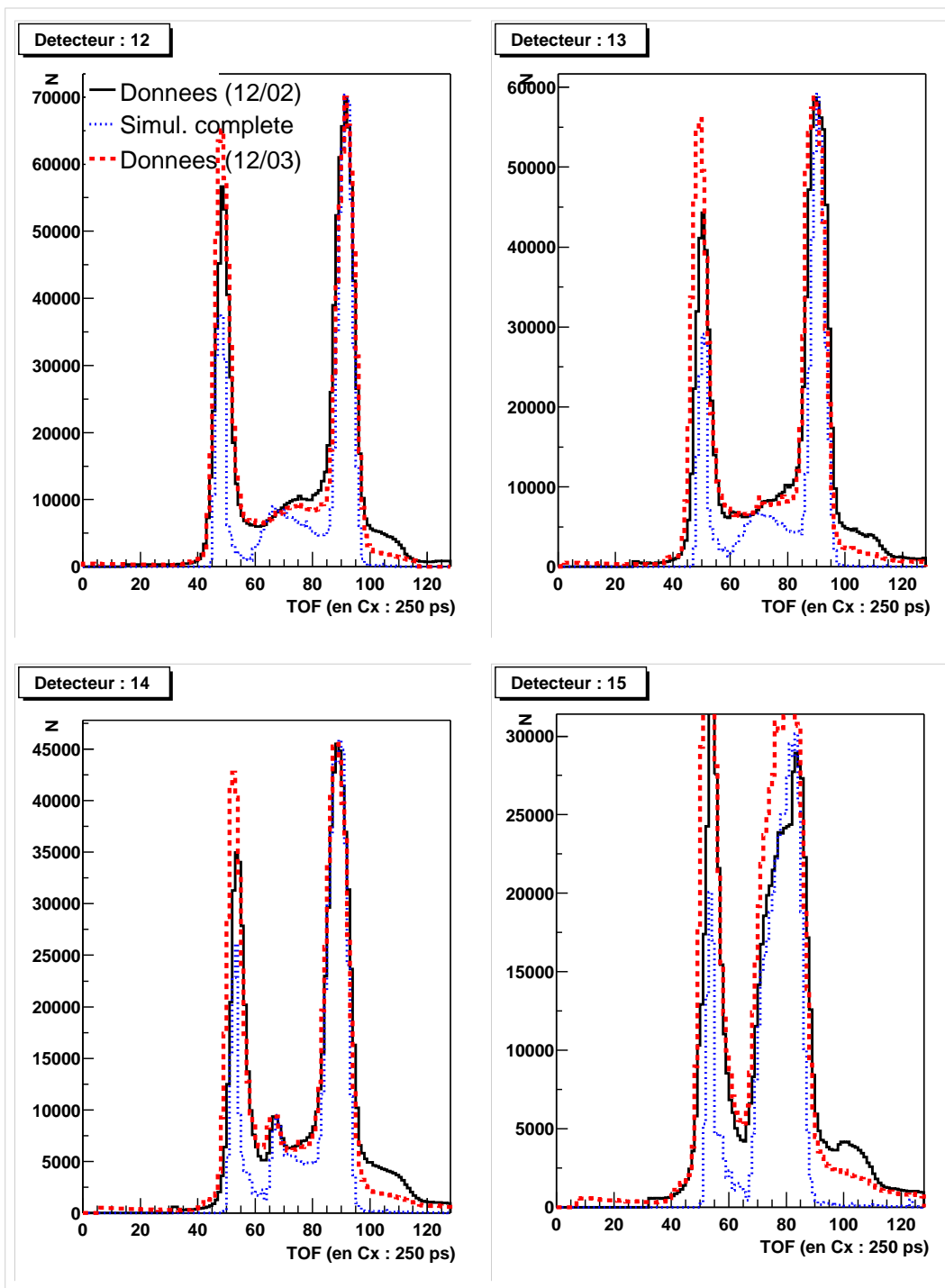


FIG. 6.17 – Comparaison des spectres en temps de vol des données du second commissioning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 12 à 15



# Conclusion

Ce travail a permis de faire le calcul complet des corrections radiatives électromagnétiques pour la diffusion e-p, dans le cadre de l'expérience  $G^0$  aux angles avant, où un proton est détecté dans l'état final. L'originalité de ce calcul réside dans le fait qu'on ne détecte pas l'électron diffusé empêchant ainsi l'application de l'approximation du peaking. L'effet des corrections radiatives sur le temps de vol, le  $Q^2$  et l'asymétrie a été évalué par le biais d'une simulation GEANT. Le fond inélastique polluant a nécessité la création d'un générateur d'électroproduction basé sur des données de photoproduction.

Dans le premier chapitre, nous montrons comment la symétrie discrète de parité permet de tenir compte de l'interaction faible afin de remonter aux contributions des quarks étranges dans le proton. En effet, dans le domaine des faibles transferts ( $Q^2 \approx 1(\text{GeV}/c)^2$ ), l'amplitude de diffusion de l'interaction faible est de cinq ordres de grandeur plus faible que celle de l'interaction électromagnétique. Il devient naturel d'utiliser l'asymétrie de violation de la parité dans la diffusion élastique électron-proton pour mettre en évidence les contributions des quarks étranges aux facteurs de forme électromagnétiques du nucléon. Une mesure d'asymétrie de violation de la parité à une valeur donnée de  $Q^2$  correspond à une combinaison linéaire des facteurs de forme étranges (électrique, magnétique et axial). Le but de l'expérience  $G^0$  est de faire des mesures aux angles avant, arrière sur cible d'hydrogène liquide puis aux angles arrière sur cible de deutérium afin de séparer les facteurs de forme étranges du nucléon.

Au cours du second chapitre, nous décrivons les différents éléments de l'expérience  $G^0$  en partant de la source d'électrons polarisés jusqu'au détecteur composé de 8 secteurs (4 Nord Américains et 4 Français) contenant chacun 16 paires de scintillateurs en coïncidence. Pour mesurer une asymétrie de l'ordre du ppm avec une erreur due aux fluctuations statistiques inférieure à 5%, la luminosité doit être maximisée. Pour cela la cible est composée d'hydrogène liquide sur lequel vient taper un faisceau d'électrons polarisés de  $40 \mu\text{A}$ .

Une électronique spécifique a été développée par la collaboration française pour traiter les signaux provenant des 4 secteurs (ou octants) français. Afin de traiter des données dont le débit moyen est de  $2 \cdot 10^6$  particules par secondes et par détecteur, 32 processeurs frontaux sont implantés directement derrière les codeurs de temps. Une série de tests a été nécessaire afin de mesurer et de tester toutes les caractéristiques des modules d'électronique (le temps mort des discriminateurs, les différents réglages ...).

L'asymétrie de violation de la parité se calcule sur le pic de proton. Or expérimentalement, la diffusion purement élastique n'existe pas : elle est en effet accompagnée d'un rayonnement de photons de bremsstrahlung que nous devons calculer afin de remonter à l'asymétrie de Born directement reliée aux facteurs de forme étranges. Un électron de 3 GeV perd de l'énergie en traversant les différents élé-



ments composant la cible : sous forme d'ionisation et par corrections radiatives externes. Cette perte d'énergie est calculée dans le troisième chapitre car nous devons connaître l'énergie des électrons avant l'interaction avec un des protons de la cible de LH2. Ensuite, nous calculons les diagrammes de Feynman correspondant aux corrections radiatives internes avec un photon échangé entre les bras leptoniques et hadroniques puis avec un boson  $Z^0$  échangé. Nous pouvons ainsi calculer l'asymétrie de violation de la parité dans la queue radiative. Afin de traiter la divergence infrarouge dans la région des photons mous, une méthode spéciale est développée tenant compte du fait qu'on détecte le proton de recul. Un générateur est créé à partir d'un calcul entièrement invariant de jauge, qui pour une énergie incidente, un angle du proton de recul et une énergie, donne la section efficace différentielle de corrections radiatives internes ainsi que l'asymétrie correspondante. Expérimentalement, nous avons des spectres en temps de vol et non des sections efficaces. Nous devons donc recourir à une simulation complète, tenant compte de la géométrie du détecteur  $G^0$ , de la présence de l'aimant supraconducteur ainsi que des différentes pertes d'énergie dans les différents matériaux traversés. Une simulation GEANT permet, par le biais d'une méthode à poids, de passer d'une section efficace différentielle à un taux de comptage par détecteur. Il est donc possible d'évaluer les effets radiatifs sur différentes observables (le temps de vol, le  $Q^2$ , l'asymétrie ...).

Le pic de proton est pollué par des protons inélastiques qui viennent se glisser en dessous du pic élastique. Dans le but d'évaluer le fond inélastique, le groupe d'Orsay a créé un générateur d'électroproduction ainsi qu'un générateur de photoproduction pour la cible de LH2. Il a été montré que pour le calcul de la section efficace différentielle d'électroproduction, il est possible de remplacer l'amplitude de diffusion d'électroproduction par celle de photoproduction. La comparaison des sections efficaces de photoproduction à celles d'électroproduction pour la cible de  $G^0$ , montre que l'électroproduction domine sur la photoproduction (d'un facteur proche de 2), ce qui est en accord avec les estimations de Tsai (chapitre 4). Une fois les générateurs incorporés dans la simulation GEANT, nous pouvons estimer les taux de comptage et les spectres en temps de vol pour les protons inélastiques et les  $\pi^+$ . Pour cela, nous avons plus particulièrement calculé les sections efficaces différentielles pour les canaux suivants :

- $e + P \rightarrow e + P + \pi^0$
- $e + P \rightarrow e + n + \pi^+$
- $\gamma + P \rightarrow P + \pi^0$
- $\gamma + P \rightarrow n + \pi^+$

Avant de faire une comparaison aux données du commissioning, nous comparons les sections efficaces de d'électroproduction et de photoproduction aux données de l'expérience SOS, qui était la seule référence avant  $G^0$  pour les inélastiques. La comparaison des simulations avec le générateur d'Orsay, aux données du premier commissioning ont montré une sous estimation d'environ 50 % des simulations par rapport aux données expérimentales, notamment pour la partie du spectre à grand temps de vol qui n'était pas expliquée par les simulations avec la cible de LH2 uniquement. En effet, une contribution non négligeable de particules inélastiques vient de la photoproduction et de l'électroproduction sur les fenêtres d'aluminium. Cette hypothèse est confirmée avec les données de cible vide qui montrent que près de la moitié du fond inélastique provient des fenêtres d'aluminium. Pour le second commissioning, l'épaisseur des fenêtres d'aluminium a été réduite d'un facteur 3, diminuant considérablement le fond inélastique.

Dans la prochaine étape, une évaluation complète de l'effet des fenêtres d'aluminium est nécessaire,

---

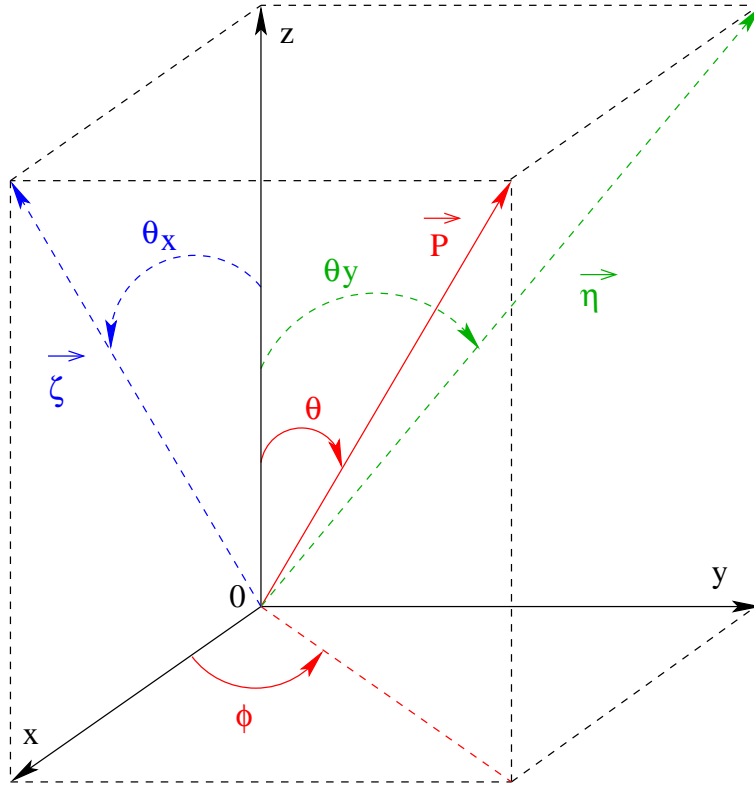
notamment avec l'utilisation de fenêtres d'aluminium plus épaisses. Un effet plus complexe à évaluer réside dans l'étude de l'asymétrie du fond inélastique : en effet, il faut non seulement connaître la distribution des protons inélastiques sous le pic élastique, mais aussi connaître leur asymétrie. Cette étape sera indispensable pour corriger l'asymétrie mesurée de toutes les erreurs systématiques.



# Annexe A

## Straggling angulaire

La diffusion multiple se traduit par une déviation de l'électron incident par rapport à sa direction d'origine qui est selon l'axe du faisceau (que l'on note par l'axe  $Oz$ ). Dans le chapitre 5, nous avons vu que la déviation de l'électron incident se fait par un tirage gaussien, de largeur  $\theta_0$  autour de l'axe  $Oz$  ( $\theta_0$  est donné dans l'expression 4.3). A partir de ce tirage, deux paramètres apparaissent : les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$ . L'angle  $\theta_x$  est la projection de la direction de l'électron dévié sur le plan ( $Oxz$ ) et  $\theta_y$  sa projection sur le plan ( $Oyz$ ). La prochaine étape consiste à se ramener aux angles par rapport auxquelles toutes les variables sont exprimées : les angles polaires  $\theta$  et  $\phi$  (représentées sur la figure A.1).

FIG. A.1 – Définition de  $\theta_x$  et  $\theta_y$ 

### A.1 Relations de passage de $(\theta_x, \theta_y)$ à $(\theta, \phi)$

On désigne par  $\vec{P}$  le vecteur direction de l'électron. On désigne par  $P$  la norme du vecteur  $\vec{P}$ . On va considérer les projections de ce vecteur sur les plans  $(Oxz)$  et  $(Oyz)$ . Soient respectivement  $\vec{\zeta}$  et  $\vec{\eta}$  ces vecteurs. Exprimons les dans le repère d'origine  $(O,xyz)$  :

$$\vec{\zeta} = \begin{pmatrix} P \sin \theta \cos \phi \\ 0 \\ P \cos \theta \end{pmatrix} \text{ et } \vec{\eta} = \begin{pmatrix} 0 \\ P \sin \theta \sin \phi \\ P \cos \theta \end{pmatrix} \text{ On réexprime ces mêmes vecteurs en fonction des}$$

angles  $\theta_x$  qui est l'angle entre le vecteur  $\vec{\zeta}$  et l'axe  $(Oz)$  et  $\theta_y$ , l'angle entre  $\vec{\eta}$  et l'axe  $(Oz)$ .

$$\vec{\zeta} = \begin{pmatrix} |\vec{\zeta}| \sin \theta_x \\ 0 \\ |\vec{\zeta}| \cos \theta_x \end{pmatrix} \text{ et } \vec{\eta} = \begin{pmatrix} 0 \\ |\vec{\eta}| \sin \theta_y \\ |\vec{\eta}| \cos \theta_y \end{pmatrix}$$

Nous allons pouvoir ainsi exprimer les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  en fonction de l'angle azimutal et zénithal.

Les normes des vecteurs  $\vec{\zeta}$  et  $\vec{\eta}$  valent :

$$|\vec{\zeta}| = P \cdot \sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \cos^2 \theta}$$

$$|\vec{\eta}| = P \cdot \sqrt{\sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta}$$

En égalisant terme à terme les deux expressions des vecteurs  $\vec{\zeta}$  et  $\vec{\eta}$ , nous obtenons les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \cos \theta_x = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \cos^2 \theta}} \\ \sin \theta_x = \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sqrt{\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \cos^2 \theta}} \end{cases}$$

De même pour l'angle  $\theta_y$  :

$$\begin{cases} \cos \theta_y = \frac{\cos \theta}{\sqrt{\sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta}} \\ \sin \theta_y = \frac{\sin \theta \sin \phi}{\sqrt{\sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta}} \end{cases}$$

En divisant  $\sin \theta_x$  par  $\cos \theta_x$ , et  $\sin \theta_y$  par  $\cos \theta_y$  on obtient :

$$\begin{cases} \tan \theta_x = \tan \theta \cos \phi \\ \tan \theta_y = \tan \theta \sin \phi \end{cases}$$

De ce système d'équations, nous pouvons en déduire l'angle  $\theta$  :

$$\boxed{\tan^2 \theta = \tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y} \quad (\text{A.1})$$

Les angles  $\theta$  et  $\phi$  doivent remplir les conditions suivantes :  $\theta \in [0, \pi]$  et  $\phi \in [0, 2\pi]$ .

On en déduit :  $\tan \theta = \sqrt{\tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y} \approx \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}$ . puisque les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  sont petits ( $< 0.1$  degrés en valeur absolue).

Pour l'angle  $\phi$ , on remplace l'expression de  $\tan \theta$  dans A.1. On trouve l'expression suivante pour  $\cos \phi$  :

$$\boxed{\cos^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{\tan^2 \theta_x}{\tan^2 \theta_y}}} \quad (\text{A.2})$$

On désigne par  $\phi_1$  la solution comprise entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$ . L'équation A.2 comporte 4 solutions qui sont :

- $\phi_1$
- $\pi - \phi_1$
- $\phi_1 + \pi$
- $2\pi - \phi_1$

Pour déterminer laquelle de ces quatre valeurs est retenue nous avons des conditions de signe :

En reprenant les expressions de  $\sin \theta_x$  et de  $\sin \theta_y$ , on en déduit :

$$\begin{cases} \cos \phi \propto \frac{\sin \theta_x}{\sin \theta} \\ \sin \phi \propto \frac{\sin \theta_y}{\sin \theta} \end{cases}$$

Le dénominateur contenant la racine carrée est toujours positif (on cherche uniquement à déterminer le signe de  $\cos \phi$  ou bien de  $\sin \phi$ ). Autre simplification :  $\sin \theta > 0$  car  $\theta \in [0, \pi]$ . Donc les équations précédentes deviennent :

$$\begin{cases} \cos \phi \propto \sin \theta_x \\ \sin \phi \propto \sin \theta_y \end{cases}$$

Nous trouvons finalement les conditions suivantes :

$$\begin{cases} (\cos \phi \geq 0 \text{ et } \sin \phi \geq 0) \implies \phi = \phi_1 \\ (\cos \phi \geq 0 \text{ et } \sin \phi < 0) \implies \phi = 2\pi - \phi_1 \\ (\cos \phi < 0 \text{ et } \sin \phi \geq 0) \implies \phi = \pi - \phi_1 \\ (\cos \phi < 0 \text{ et } \sin \phi < 0) \implies \phi = \phi_1 + \pi \end{cases}$$

## A.2 Matrice de passage de la nouvelle base à l'ancienne

L'électron ayant subi une diffusion multiple, l'interaction n'a plus lieu sur l'axe (Oz) mais a des composantes non nulles sur les axes (Ox) et (Oy). Donc le proton diffuse avec un angle  $\theta_p^{ref1}$ , qui est relié non pas au repère d'origine (O,xyz) (appelé  $\mathfrak{R}_0$ ), mais à un repère relié à l'électron dévié ( $\mathfrak{R}_1$ ). Étant donné que toutes les grandeurs sont définies par rapport au repère (Oxyz) (repère du laboratoire), il convient de trouver la matrice de passage du nouveau repère (lié à l'électron dévié), à celui du laboratoire (O,xyz). Il est nécessaire d'exprimer les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  en fonction de  $\theta$  et  $\phi$ , angles à partir desquels on va déduire la matrice de rotation. Pour cela, il nous faut déterminer 3 angles d'Euler.

1. rotation d'angle  $\phi$  autour de (Oz)
2. rotation d'angle  $\theta$  autour de (Oy') transformé de (Oy) par la rotation 1
3. rotation d'angle  $2\pi - \phi$  autour de (Ox'') transformé de (Ox) par les 2 rotations précédentes

La matrice donnée par ces rotations est la matrice de passage du repère du laboratoire, à celui qui est lié à l'électron dévié par la diffusion multiple. Dans notre cas, l'angle  $\theta_p$  du proton diffusé est exprimé dans le repère lié à l'électron dévié. Il nous faut donc déterminer la matrice inverse qui permette de passer de  $\mathfrak{R}_1$  à  $\mathfrak{R}_0$ . Pour cela on utilise la propriété que les matrices de rotations sont unitaires (conservation de la norme), qui implique que la matrice inverse est donnée par la transposée<sup>1</sup>  ${}^t\mathfrak{R}$  de la matrice  $\mathfrak{R}$ .

<sup>1</sup>La matrice  $M_{i,j}$  a pour transposée la matrice  $M_{j,i}$

$$\mathfrak{R}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\phi^2 \cos\theta + \sin\phi^2 & \sin\phi \cos\phi \cos\theta - \cos\phi \sin\phi & \sin\theta \cos\phi \\ \sin\phi \cos\phi \cos\theta - \cos\phi \sin\phi & \sin\phi^2 \cos\theta + \cos\phi^2 & \sin\theta \sin\phi \\ -\cos\phi \sin\phi & -\sin\phi \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

L'effet de la diffusion multiple est faible aux énergies de  $G^0$  car  $\theta_0$  qui est la largeur de la distribution gaussienne dans laquelle on tire les angles  $\theta_x$  et  $\theta_y$  est petit. Nous devons donc retrouver un petit effet sur les variables transformées par la rotation  $\mathfrak{R}^{-1}$ . Considérons le vecteur impulsion (que l'on note  $\vec{P}_p$ ) du proton de recul et faisons lui subir la rotation de matrice  $\mathfrak{R}^{-1}$ .

$$\vec{P}_p = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}$$

Après rotation de matrice  $\mathfrak{R}^{-1}$  le vecteur  $\vec{P}_p$  se transforme en  $\vec{P}^0$  tel que :

$$\vec{P}^0 = \begin{pmatrix} P_x^0 = P_x(\cos\phi^2 \cos\theta + \sin\phi^2) + P_y(\sin\phi \cos\phi \cos\theta - \cos\phi \sin\phi) + P_z(\sin\theta \cos\phi) \\ P_y^0 = P_x(\sin\phi \cos\phi \cos\theta - \cos\phi \sin\phi) + P_y(\sin\phi^2 \cos\theta + \cos\phi^2) + P_z(\sin\theta \sin\phi) \\ P_z^0 = -P_x(\cos\phi \sin\phi) - P_y(\sin\phi \sin\theta) + P_z \cos\theta \end{pmatrix}$$

On peut réarranger le vecteur  $\vec{P}^0$  compte tenu du fait que  $\theta$  est proche de 0 et  $\phi$  est quelconque.

$$\vec{P}^0 = \begin{pmatrix} P_x^0 = P_x + (\cos\theta - 1) \left[ P_x \cos\phi^2 + P_y \sin\phi \cos\phi \right] + \sin\theta(P_z \cos\phi) \\ P_y^0 = P_y + (\cos\theta - 1) \left[ -P_y \cos\phi^2 + P_x \sin\phi \cos\phi \right] + \sin\theta(P_z \sin\phi) \\ P_z^0 = P_z \cos\theta - \sin\theta \left[ P_x \cos\phi + P_y \sin\phi \right] \end{pmatrix}$$

On remarque que la différence entre les composantes de  $\vec{P}^0$  et celles de  $\vec{P}_p$  comporte soit un facteur  $(\cos\theta - 1)$  soit un facteur  $\sin\theta$ , qui sont très petits car  $\theta < 0.1$  degrés.





## Annexe B

# Normalisation des taux de comptage dans GEANT [44]

### B.1 Cas général d'une réaction à 3 corps $e^- + P \longrightarrow e^- + P + X$

Ce chapitre traite des réactions inclusives telles que l' électroproduction et des corrections radiatives (le photon étant la 3<sup>me</sup> particule en voie de sortie).

L'interaction entre deux particules est généralement décrite en terme de section efficace. Cette quantité donne une mesure de la probabilité qu'une réaction ou qu'un certain type de réaction se produise. Elle peut être calculée si on connaît l'interaction qui la régit. On considère un faisceau de particules (électrons) dirigé vers une cible constituée de protons cf. figure B.1.

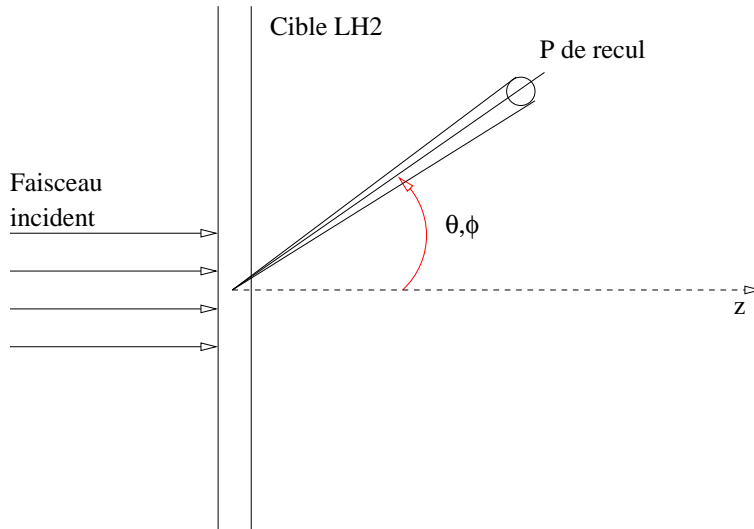


FIG. B.1 – Définition de la section efficace de diffusion

Plaçons un détecteur de façon à enregistrer les protons émis dans la direction  $(\theta, \phi)$  par rapport au faisceau incident. Ce détecteur définit un petit angle solide  $d\Omega$  depuis le centre de la cible. Si  $I_{inc}$  désigne

le flux d'électrons par unité de temps et que la cible est constituée de  $N_{centres}$  protons par unité de surface, le flux de particules diffusées  $\Phi_{evt}$  sera proportionnel à l'intensité incidente et au nombre de centre diffuseurs :

$$\Phi_{evt} = I_{inc} N_{centres} \sigma \quad (B.1)$$

Le coefficient de proportionnalité  $\sigma$  est la section efficace de la réaction. Il est homogène à une surface. Nous pouvons exprimer le nombre de centres diffuseurs par :

$$N_{centres} = \frac{\text{Poids de la cible}}{\text{Poids d'un atome}} = \frac{\rho dS}{A/\mathcal{A}} \quad (B.2)$$

avec :

- $\rho$  la densité de la cible en  $g.cm^{-3}$  et  $d * S$  son volume en  $cm^3$
- $A$  le numéro atomique et  $\mathcal{A}$  le nombre d'Avogadro

On en déduit le nombre d'évènements (avec  $\sigma$  en  $cm^2$ ) :

$$N_{evt} = N_{inc} \frac{\rho d}{A} \mathcal{A} \sigma \quad (B.3)$$

Le nombre d'évènements peut aussi s'exprimer en fonction de la luminosité par la relation suivante qui définit la luminosité  $\mathcal{L}$  :

$$N_{evt} = \mathcal{L} \sigma \quad (B.4)$$

Afin d'évaluer le taux de comptage d'un détecteur  $i$ , nous allons déterminer le nombre d'évènements venant d'une tranche  $dz$  de la cible et émis dans l'angle solide  $d\Omega$  autour de la direction  $\theta, \phi$  et dans un intervalle  $dE$  en énergie. Cette expression se déduit de l'équation B.3 :

$$dN_{evt} = N_{inc} \frac{\rho(z) dz}{A} \mathcal{A} \frac{d^3 \sigma(\theta, \phi, E)}{d\Omega dE} \sin \theta d\theta d\phi dE \quad (B.5)$$

Lorsque  $dN_{evt}$  sont émis dans l'intervalle  $d\Omega.dE$  chaque détecteur  $i$  en reçoit une fraction  $\varepsilon_i(\theta, \phi, E) dN_{evt}$ ,  $\varepsilon_i$  inclus la transmission et l'efficacité du détecteur. Donc le taux de comptage par détecteur  $i$  est :  $N_{evt} = \int_{\mathbb{D}} \varepsilon_i(\theta, \phi, E) dN_{evt}$ . Le domaine  $\mathbb{D}$  doit contenir toute la zone cinématique permise. On a alors :

$$N_{evt}(i) = \frac{\mathcal{A}}{A} \int_{z_{min}}^{z_{max}} N_{inc}(z) \rho(z) dz \int_{\phi_{min}}^{\phi_{max}} d\phi \int_{\theta_{min}(z)}^{\theta_{max}(z)} \sin \theta d\theta \int_{E_{min}(\theta)}^{E_{max}(\theta)} \varepsilon_i(\theta, \phi, E) \frac{d^3 \sigma(\theta, \phi, E)}{d\Omega dE} dE \quad (B.6)$$

Cette formule est générale si les bornes en énergie  $E_{min}$  et  $E_{max}$  ne dépendent que de  $\theta$ . Il faut que :  $\varepsilon_i(\theta, \phi, E) = 0 \forall \phi, E$  si  $\theta \notin [\theta_{min}, \theta_{max}]$ .

Dans GEANT, la méthode utilisée dans ce travail consiste à tirer les variables  $\theta$  et  $\phi$  de façon uniforme, dans l'ensemble du domaine cinématique permis. Le fait de faire un tirage uniforme nous impose alors d'affecter un poids  $\omega_j$  à chaque évènement :

- A chaque évènement  $j$ , on affecte un poids  $w_j$ .
- Si on compte  $n_{ij}$  coups dans le détecteur  $i$ , pour l'évènement  $j$  alors  $n_{ij} \equiv \varepsilon_i(\theta_j, \phi_j, E_j)$ .

Si l'on veut que les histogrammes construits dans GEANT et pondérés par le poids  $w_j$  de chaque évènement  $j$  représentent des taux de comptage en Hz, il nous faut :

$$N_i = \sum_{j=1}^{N_T} n_{ij} w_j = N_{evt}(i) \quad (\text{B.7})$$

$N_T$  étant le nombre de tirages et  $N_{evt}(i)$  est donné par l'intégrale B.6. Afin d'extraire l'expression du poids  $w_j$ , nous allons discrétiser l'intégrale donnant  $N_{evt}(i)$ . Pour cela nous devons avoir un nombre de tirage  $N_T$  suffisamment grand pour couvrir tout le domaine autorisé avec une bonne densité.

$$N_{evt}(i) = \lim_{N_T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\mathcal{A}}{A} \sum_{j=1}^{N_T} N_{inc}(z_j) \rho(z_j) \sin \theta_j \varepsilon_i(j) \frac{d^3 \sigma(j)}{d\Omega dE} \Delta z_j \Delta \phi_j \Delta \theta_j \Delta E_j \right\} \quad (\text{B.8})$$

Notre système comporte 4 variables indépendantes : les angles polaires  $\theta$  et  $\phi$ , l'énergie, la distance  $z$  traversée dans la cible avant l'interaction. On peut donc considérer chaque évènement  $j$  comme :  $\{j\} = \{\theta_j, \phi_j, E_j, z_j\}$  où  $\{j\} \in \mathbb{D}$ , ce qui implique des limites pour les tirages, et un ordre de tirage déterminé :

- tirage uniforme en  $z$  entre  $z_{min}$  et  $z_{max}$  qui correspondent aux côtes de début et fin de la cible.
- $\phi$  est indépendant de  $z$  (symétrie de révolution)  $\implies \phi \in [0, 2\pi]$
- tirage uniforme de  $\theta$  dans l'intervalle  $[\theta_{min}, \theta_{max}]$  qui est pris indépendant du point d'interaction  $z$ . L'intervalle de tirage en  $[\theta_{min}, \theta_{max}]$  doit contenir tous les intervalles  $[\theta_{min}(z), \theta_{max}(z)] \forall z$  (la variation de l'intervalle efficace en fonction de  $z$  est incluse dans la transmission traitée par GEANT)
- tirage uniforme en  $E$  dans l'intervalle  $[E_{min}(\theta), E_{max}(\theta)]$ , ce qui implique que la densité en  $E$  dépend de l'angle  $\theta$  et que  $\theta$  soit tiré avant  $E$ .

Dans le but d'évaluer la somme B.8, nous devons définir le volume élémentaire. Considérons une bande étroite de largeur  $\delta\theta$  centrée sur  $\theta_j$  (cf figure B.2). Le volume élémentaire s'exprime comme :

$$\delta V_j = (z_{max} - z_{min}) \delta\theta (\phi_{max} - \phi_{min}) (E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)) \quad (\text{B.9})$$

Le facteur  $(E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j))$  vient du fait que la bande  $\delta\theta$  autour de  $\theta_j$  est étroite, donc que l'on peut considérer l'énergie comme constante dans cet intervalle et ce quelque soit  $j$ . Le nombre d'évènements contenus dans cette bande étroite  $\delta\theta$  est donné par :  $\delta N_j = \frac{N_T \delta\theta}{\theta_{max} - \theta_{min}}$  puisque le domaine total de tirages  $N_T$  est uniformément réparti dans l'intervalle  $[\theta_{min}, \theta_{max}]$ . Donc le volume occupé par 1 évènement est donné par :

$$\Delta \tau_j = \frac{\delta V_j}{\delta N_j} = \Delta z_j \Delta \phi_j \Delta \theta_j \Delta E_j = \frac{d \Delta \theta \Delta \phi}{N_T} [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)] \quad (\text{B.10})$$

$d$  étant l'épaisseur totale de la cible  $d = z_{max} - z_{min}$ .

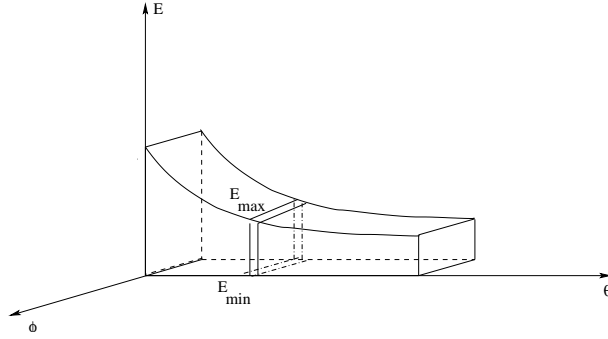


FIG. B.2 – Le volume correspondant aux variables n'est pas rectangulaire car l'énergie est une fonction de  $\theta$

Si nous faisons l'hypothèse de négliger l'absorption des électrons incidents dans la cible, ce qui implique que  $N_{inc}$  est indépendant de  $z$ . Nous supposons aussi que la cible est homogène, donc que  $\rho(z_j) \equiv \rho \forall j$ . Ce qui est une hypothèse raisonnable : les fluctuations de densité de la cible s'effectuent autour d'une valeur moyenne indépendante de  $z$ . L'équation B.8 devient :

$$N_{evt}(i) = \lim_{N_T \rightarrow \infty} \left\{ N_{inc} \frac{\mathcal{A} \rho d}{A} \frac{\Delta \theta \Delta \phi}{N_T} \sum_{j=1}^{N_T} \sin \theta_j \varepsilon_i(j) \frac{d^3 \sigma_j}{d\Omega dE} [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)] \right\} \quad (B.11)$$

Or  $\varepsilon_i(j) \equiv n_{ij}$  et  $N_{inc} \frac{\rho d}{A} \mathcal{A} \equiv \mathcal{L}$ . En supposant  $N_T$  assez grand, on aura :

$$N_{evt}(i) = \sum_{j=1}^{N_T} n_{ij} \left( \mathcal{L} \frac{\Delta \theta \Delta \phi}{N_T} \sin \theta_j \frac{d^3 \sigma_j}{d\Omega dE} [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)] \right) \quad (B.12)$$

En identifiant cette équation avec B.7, on trouve l'expression du poids pour une diffusion à 3 corps dans l'état final :  $e^- + P \mapsto e^- + P + X$ .

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta \theta \Delta \phi}{N_T} \frac{d^3 \sigma_j}{d\Omega dE} \sin \theta_j [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)] \quad (B.13)$$

### Remarque :

Dans le cas où  $N_{inc}$  et  $\rho$  dépendent de  $z_j$ , on prend,

$$\begin{cases} N_{inc}(z_j) = N_{inc}(0) \alpha(z_j) \\ \rho(z_j) = \langle \rho \rangle \beta(z_j) \end{cases}$$

avec  $\alpha(z_j) \equiv$  Absorption des électrons ( $\alpha(0) = 1$ ) et  $\beta(z_j) = \frac{\rho(z_j)}{\langle \rho \rangle}$  qui est une fluctuation de densité autour de la valeur moyenne  $\langle \rho \rangle$ .

Alors si  $\mathcal{L} = N_{inc}(0) \frac{\langle \rho \rangle d}{A} \mathcal{A}$ , le poids devient :

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta \theta \Delta \phi}{N_T} \frac{d^3 \sigma_j}{d\Omega dE} \sin \theta_j [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)] \alpha(z_j) \beta(z_j) \quad (B.14)$$

## B.2 Cas de la diffusion élastique pure $e^- + P \longrightarrow e^- + P$

Cette fois la section efficace est de la forme  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega}$ , car dans le cas de la diffusion élastique, l'énergie et l'angle polaire  $\theta$  sont liés. Donc pour chaque  $\theta_j$ ,  $E$  est fixé à la valeur  $E(\theta_j)$ . La seule modification par rapport à l'équation B.13 consiste à remplacer  $\frac{d^3\sigma}{d\Omega dE}$  par  $\frac{d^2\sigma}{d\Omega} \delta[E - E(\theta)]$ ,  $\delta$  étant la fonction delta de Dirac. Donc l'intégrale B.6 devient après intégration sur  $dE$  :

$$N_{evt}(i) = \frac{\mathcal{A}}{A} \int_{z_{min}}^{z_{max}} N_{inc}(z) \rho(z) dz \int_{\phi_{min}}^{\phi_{max}} d\phi \int_{\theta_{min}(z)}^{\theta_{max}(z)} \sin \theta d\theta \varepsilon_i(\theta, \phi, E(\theta)) \frac{d^2\sigma(\theta, \phi)}{d\Omega} d\theta \quad (B.15)$$

En gardant les mêmes hypothèses que précédemment (des tirages uniformes en  $z$ ,  $\phi$  et  $\theta$ , dans des limites indépendantes de  $z$ ), l'équation B.8 devient :

$$N_{evt}(i) = \lim_{N_T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\mathcal{A}}{A} \sum_{j=1}^{N_T} N_{inc}(z_j) \rho(z_j) \sin \theta_j \varepsilon_i(j) \frac{d^2\sigma(j)}{d\Omega} \Delta z_j \Delta \phi_j \Delta \theta_j \right\} \quad (B.16)$$

Si le nombre de tirage est suffisamment grand, nous trouvons pour les expressions du poids :

1. si  $\rho$  et  $N_{inc}$  sont indépendants de  $z$  :

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta \theta \Delta \phi}{N_T} \frac{d^2\sigma_j}{d\Omega} \sin \theta_j \quad (B.17)$$

2. si  $\rho$  et  $N_{inc}$  dépendent de  $z$  :

$$w_j = \mathcal{L} \frac{\Delta \theta \Delta \phi}{N_T} \frac{d^2\sigma_j}{d\Omega} \sin \theta_j \alpha(z_j) \beta(z_j) \quad (B.18)$$

## B.3 Cas de la photoproduction par les photons de bremsstrahlung

Dans le cas de la photoproduction par les  $\gamma$  de bremsstrahlung, le calcul passe par 2 étapes :

1. Calcul du flux de photons de bremsstrahlung en un point  $z_i$  de la cible à partir d'un flux incident d'électrons.
2. Calcul du processus de photoproduction en  $z_j$  avec les  $\gamma$  de bremsstrahlung dans la cible de LH2.

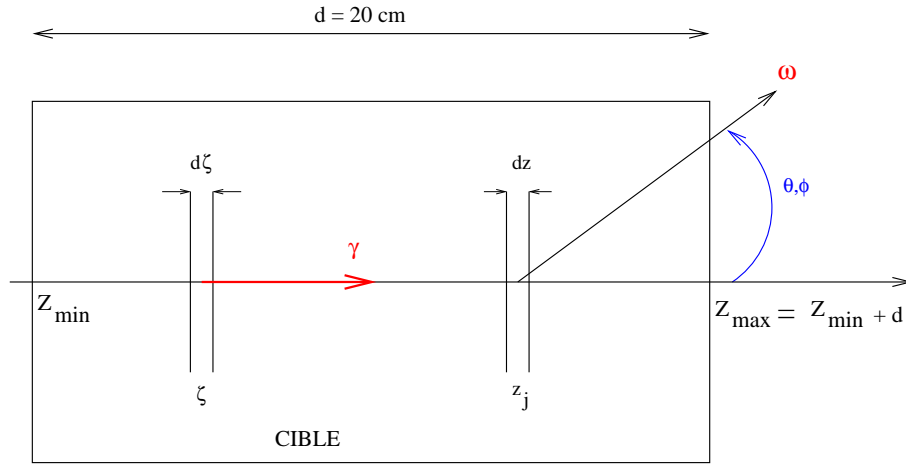


FIG. B.3 – Les photons créés par bremsstrahlung interagissent avec les protons de la cible pour faire de la photoproduction

La formule B.6 est utilisable pour calculer le nombre d'évènements, mais  $N_{inc}$  sera remplacée par  $N_{inc}^\gamma$ , qui représente le nombre de photons incidents d'énergie  $E_\gamma$  dans l'intervalle  $dE_\gamma$  créés entre le début de la cible et le point  $z$  d'interaction avec un des protons de la cible. La section efficace  $\frac{d^3\sigma(\theta, \phi, E)}{d\Omega dE}$  sera remplacée par une section efficace de photoproduction de la particule  $\omega$  par un  $\gamma$  d'énergie  $E_\gamma$ .

$$N_{evt}(i) = \frac{A}{A} \int_{z_{min}}^{z_{max}} N_{inc}^\gamma(z) \rho(z) dz \int_{\phi_{min}}^{\phi_{max}} d\phi \int_{\theta_{min}(z)}^{\theta_{max}(z)} \sin \theta d\theta \int_{E_{min}(\theta)}^{E_{max}(\theta)} \epsilon_i^\omega(\theta, \phi, E_\omega) \frac{d^3\sigma(\theta, \phi, E)}{d\Omega dE_\omega} dE_\omega \quad (B.19)$$

Nous n'avons plus un flux constant de particules de même énergie indépendant de la longueur de cible traversée (cas des électrons si on néglige l'absorption), mais nous avons un nombre de photons qui dépend à la fois de l'épaisseur traversée et de la distance à laquelle ils sont créés, et dont le spectre d'énergie est à déterminer. Le nombre de photons, dans la bande d'énergie  $dE_\gamma$  autour de  $E_\gamma$  créés en un point  $\zeta$  dans une tranche  $d\zeta$  et arrivant au point  $z$  (pour interagir avec un des protons de la cible), est donné par :

$$dN_\gamma^{E_\gamma}(\zeta) = n_\gamma(\zeta, E_\gamma) d\zeta dE_\gamma \alpha_\gamma(z - \zeta) \quad (B.20)$$

La transmission  $\alpha_\gamma(z - \zeta)$  tient compte de l'absorption des  $\gamma$  entre  $\zeta$  et  $z$ . On note  $\frac{d\sigma_\gamma(E_\gamma)}{dE_\gamma}$  la section efficace de création d'un photon d'énergie  $E_\gamma$ . En utilisant les formules B.3 et B.5, on a :

$$dN_\gamma^{E_\gamma}(\zeta) = N_{inc}(\zeta) \frac{\rho(\zeta) d\zeta}{A} \mathcal{A} \frac{d\sigma_\gamma(E_\gamma)}{dE_\gamma} dE_\gamma \alpha_\gamma(z - \zeta) \quad (B.21)$$

On en déduit une expression pour  $n_\gamma$  :

$$n_\gamma(\zeta, E_\gamma) = N_{inc}(\zeta) \frac{\rho(\zeta)}{A} \mathcal{A} \frac{d\sigma_\gamma(E_\gamma)}{dE_\gamma} \quad (B.22)$$

Le nombre total de  $\gamma$ , d'énergie  $E_\gamma$  contenus dans une bande  $dE_\gamma$ , créés en un point  $z$  de la cible, est alors donné par :

$$\delta N_\gamma^{E_\gamma}(z) = \left( \int_{z_{min}}^z n_\gamma(\zeta, E_\gamma) d\zeta \right) dE_\gamma \alpha_\gamma(z - \zeta) \quad (B.23)$$

Si on pose  $N_{inc}^0$  le nombre d'électrons incidents en  $\zeta$  pour toutes les énergies confondues, le nombre d'électrons incidents en  $\zeta$  avec l'énergie  $E_\zeta \pm \frac{1}{2}dE_\zeta$  est par définition de  $I_e$  [57] :

$$N_{inc}(\zeta) = N_{inc}^0(\zeta) I_e(E_{inc}^0, E_\zeta, \zeta) dE_\zeta, \quad (B.24)$$

avec  $E_{inc}^0$  l'énergie incidente des électrons avant toute perte par rayonnement de bremsstrahlung . L'énergie  $E_{inc}^0$  est donc le maximum de  $E_{inc}(\zeta) \forall \zeta$ . On a alors :

$$n_\gamma(\zeta, E_\gamma) = \int_{E_\gamma}^{E_{inc}^0} N_{inc}^0(\zeta) I_e(E_{inc}^0, E'_\zeta, \zeta) \frac{\rho(\zeta)}{A} \mathcal{A} \frac{d\sigma_\gamma(E_\gamma, E'_\zeta)}{dE_\gamma} dE'_\zeta \quad (B.25)$$

On réinjecte les équations B.23 et B.25 dans B.19 :

$$\left| N_{evt}(i) = \frac{\mathcal{A}}{A} \int_0^{E_{inc}^0} dE_\gamma \int_{z_{min}}^{z_{max}} \rho(z) dz \int_{z_{min}}^z d\zeta \alpha_\gamma(z - \zeta) N_{inc}^0(\zeta) \rho(\zeta) \frac{\mathcal{A}}{A} \int_{E_\gamma}^{E_{inc}^0} dE'_\zeta I_e(E_{inc}^0, E'_\zeta, \zeta) \frac{d\sigma_\gamma(E_\gamma, E'_\zeta)}{dE_\gamma} \right. \\ \left. \int_{\phi_{min}}^{\phi_{max}} d\phi \int_{\theta_{min}(z)}^{\theta_{max}(z)} \sin \theta d\theta \int_{E_{min}^\omega(\theta)}^{E_{max}^\omega(\theta)} \varepsilon_i^\omega(\theta, \phi, E_\omega) \frac{d^3\sigma(\theta, \phi, E)}{d\Omega dE_\omega} dE_\omega \right. \quad (B.26)$$

Nous allons maintenant faire le même tirage que précédemment, sur les variables  $(z, \theta_\omega, \phi_\omega, E_\omega)$  avec  $\varepsilon_i^\omega(\theta_j, \phi_j, E_{\omega j}) \equiv n_{ij}$ . Avec les mêmes conventions que précédemment :  $n_{ij} = 1$  si la particule  $\omega$  arrive dans le détecteur et  $n_{ij} = 0$  sinon. De nouveau nous ne faisons aucune hypothèse sur d'autres coupures (le seuil en énergie, par exemple) qui pourront être faites par la suite. Il suffit que la particule touche le détecteur pour qu'on la comptabilise comme un événement.

$$\left| N_{evt}^\omega(i) = \lim_{N_T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\mathcal{A}}{A} \sum_{j=1}^{N_T} n_{ij} \rho(z_j) \int_0^{E_{inc}^0} dE_\gamma \int_{z_{min}}^{z_j} d\zeta \alpha_\gamma(z - \zeta) N_{inc}^0(\zeta) \rho(\zeta) \frac{\mathcal{A}}{A} \int_{E_\gamma}^{E_{inc}^0} dE'_\zeta I_e(E_{inc}^0, E'_\zeta, \zeta) \right. \right. \\ \left. \left. \frac{d\sigma_\gamma(E_\gamma, E'_\zeta)}{dE_\gamma} \sin \theta_j \frac{d^3\sigma_{\gamma, \omega}}{d\Omega_\omega dE_\omega}(E_{\gamma j}, \theta_j, \phi_j, E_{\omega j}) \Delta z_j \Delta \phi_j \Delta \theta_j \Delta E_{\omega j} \right\} \right. \quad (B.27)$$

Nous gardons les mêmes hypothèses qu'en électroproduction, ce qui implique qu'on ait le même volume  $\Delta\tau_j$  par événement, soit :



$$\Delta\tau_j = \Delta z_j \Delta\phi_j \Delta\theta_j \Delta E_{\omega j} = \frac{d\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} [E_{max}^{\omega}(E_{\gamma}, \theta_j) - E_{min}^{\omega}(E_{\gamma}, \theta_j)] \quad (B.28)$$

Si le nombre de tirages  $N_T$  est très grand, on peut poser :  $N_{inc}^0(\zeta) = N_{inc}^0 \alpha(\zeta)$  et  $\rho(\zeta) = \langle \rho \rangle [1 + \beta(\zeta)]$  comme dans le cas de l'électroproduction. L'équation B.27 devient :

$$N_{evt}^{\omega}(i) = \mathcal{L}_0 \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} \sum_{j=1}^{N_T} (1 + \beta(z_j)) n_{ij} \sin(\theta_j) \int_0^{E_{inc}^0} dE_{\gamma} \int_{z_{min}}^{z_j} \frac{\mathcal{A}}{A} \langle \rho \rangle d\zeta \alpha_{\gamma}(z_j - \zeta) (1 - \beta(\zeta)) \alpha(\zeta) \int_{E_{\gamma}}^{E_{inc}^0} dE'_{\zeta} I_e(E_{inc}^0, E'_{\zeta}, \zeta) \frac{d\sigma_{\gamma}}{dE_{\gamma}}(E_{\gamma}, E'_{\zeta}) \frac{d^3\sigma_{\gamma\omega}}{d\Omega_{\omega}dE_{\omega}}(E_{\gamma}, j) \left[ E_{max}^{\omega}(E_{\gamma}, \theta_j) - E_{min}^{\omega}(E_{\gamma}, \theta_j) \right] \quad (B.29)$$

Avec  $\mathcal{L}_0 = N_{inc}^0 \frac{d\langle \rho \rangle}{A} \mathcal{A}$ , on procède de la même façon qu'avec l'électroproduction en écrivant :

$$N_{evt}(i)^{\omega} = \sum_{j=1}^{N_T} n_{ij} w_j^{\omega} \quad (B.30)$$

On pose selon Y.S. Tsai ([56] et [57]) :

$$\rho(E'_{\zeta}, E_{\gamma}) dt' dE_{\gamma} \equiv \frac{d\sigma_{\gamma}}{dE_{\gamma}}(E_{\gamma}, E'_{\zeta}) \frac{\mathcal{A}}{A} X_0 dt' dE_{\gamma} \quad (B.31)$$

où  $X_0$  est la longueur de radiation de l'hydrogène liquide et où on définit  $t'$  par  $t' = \frac{\langle \rho \rangle}{X_0} (\zeta - z_{min})$ . En remarquant que (Y.S. Tsai)  $\alpha_{\gamma}(z_j - \zeta) = e^{-\mu(t_j - t')}$  on définit :

$$I_{\gamma}(E_{inc}^0, E_{\gamma}, t_j) = \int_0^{t_j} e^{-\mu(t_j - t')} dt' \int_{E_{\gamma}}^{E_{inc}^0} I_e(E_{inc}^0, E'_{\zeta}, \zeta) \rho(E'_{\zeta}, E_{\gamma}) dE'_{\zeta} \quad (B.32)$$

On va de nouveau procéder par identification, et on trouve pour l' expression du poids :

$$w_j^{\omega} = \mathcal{L}_0 \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} (1 + \beta(z_j)) \sin\theta_j \mathcal{J}_j \quad (B.33)$$

avec :

$$\mathcal{J}_j = \int_0^{E_{inc}^0} dE_{\gamma} I_{\gamma}(E_{inc}^0, E_{\gamma}, t_j) \frac{d^3\sigma_{\gamma\omega}}{d\Omega_{\omega}dE_{\omega}}(E_{\gamma}, j) \left[ E_{max}^{\omega}(E_{\gamma}, \theta_j) - E_{min}^{\omega}(E_{\gamma}, \theta_j) \right] \quad (B.34)$$

Le passage de l'électroproduction à la photoproduction revient donc à remplacer  $\frac{d^3\sigma(j)}{d\Omega dE} [E_{max}(\theta_j) - E_{min}(\theta_j)]$  par  $\mathcal{J}_j$  dans le poids.

Si on néglige les fluctuations de densité alors  $\beta(z_j) = 0$

**calcul de  $\mathcal{J}_i$** 

Dans l'expression de  $\mathcal{J}_i$ ,  $[E_{max}^\omega(E_\gamma, \theta_j) - E_{min}^\omega(E_\gamma, \theta_j)]$  est par définition l'intervalle dans lequel est tiré  $E_\omega$  (à l'angle  $\theta_j$ ). L'expression de  $\mathcal{J}_i$  n'est pas utilisable sous cette forme, car  $\mathcal{J}_i$  intervient dans le poids, et le tirage de  $E_\omega$  se fait avant le calcul de  $\mathcal{J}_i$ . Donc lors du tirage de  $E_\omega$ , l'intervalle de tirage doit être connu et ne peut donc être multiple. On doit donc réécrire  $\mathcal{J}_i$  sous la forme :

$$\mathcal{J}_j = \left[ E_{max}^\omega(\theta_j) - E_{min}^\omega(\theta_j) \right] \int_0^{E_{inc}} dE_\gamma I_\gamma(E_{inc}^0, E_\gamma, t_j) \frac{d^3\sigma_{\gamma\omega}}{d\Omega_\omega dE_\omega}(E_\gamma, j) \mathbb{D}(\theta_j, E_\gamma) \quad (\text{B.35})$$

avec

$$\left[ E_{max}^\omega(\theta_j) - E_{min}^\omega(\theta_j) \right] = \max_{E_\gamma \in [0, E_{inc}^0]} \left[ E_{max}^\omega(E_\gamma, \theta_j) - E_{min}^\omega(E_\gamma, \theta_j) \right] \quad (\text{B.36})$$

Cet intervalle représente le recouvrement de tous les intervalles possibles pour toutes les énergies de photon inférieures à  $E_{inc}^0$ . La fonction  $\mathbb{D}(\theta_j, E_\gamma)$  est là pour garantir la conservation de l'énergie et de l'impulsion.

- $\mathbb{D}(\theta_j, E_\gamma) = 0$  si non conservation de l'énergie-impulsion
- $\mathbb{D}(\theta_j, E_\gamma) = 1$  si conservation de l'énergie-impulsion

**Remarque :**

Étant donné que  $E_{inc}^0$  est l'énergie des électrons incidents, alors l'intervalle en énergie,  $\left[ E_{max}^\omega(\theta_j) - E_{min}^\omega(\theta_j) \right]$  est le même qu'en électroproduction (à la masse des électrons près).

**Cas d'un processus unique pris en compte** (par exemple  $\gamma + P \mapsto p + \pi^0$  processus dominant la photoproduction de protons)

Nous sommes dans le cas d'un processus à deux corps, donc :

$(\theta_j \text{ fixé et } E^\omega \text{ fixé}) \implies E_\gamma \text{ fixé.}$

donc :  $\mathbb{D}(\theta_j, E_\gamma) = \delta(E_\gamma - E_\gamma^0(\theta_j, E^\omega))$ , et comme on peut écrire la section efficace sous la forme :

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega_\omega dE_\omega} = \frac{d^2\sigma}{d\Omega_\omega dE_\gamma} \frac{dE_\gamma}{dE_\omega} \quad (\text{B.37})$$

L'expression de  $\mathcal{J}_j$  devient :

$$\boxed{\mathcal{J}_j = \left[ E_{max}^\omega(\theta_j) - E_{min}^\omega(\theta_j) \right] I_\gamma(E_{inc}^0, E_\gamma^0(\theta_j, E^\omega), t_j) \left( \frac{d\sigma}{d\Omega_\omega} \right)_{ph} J(E_\gamma^0, E^\omega)} \quad (\text{B.38})$$

Dans l'équation B.38, on retrouve le Jacobien :  $J(E_\gamma^0, E^\omega) \equiv \left( \frac{dE_\gamma}{dE_\omega} \right)_{E_\gamma=E_\gamma^0(\theta_j, E^\omega)}$ . La section efficace

$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega_\omega} \right)_{ph}$  représente la section efficace de photoproduction de la particule  $\omega$  avec les photons d'énergie  $E_\gamma^0(\theta_j, E^\omega)$ . L'expression du poids devient donc :

$$w_j^\omega = \mathcal{L}_0 \frac{\Delta\theta\Delta\phi}{N_T} [1 + \beta(z_j)] \sin\theta_j \left[ E_{max}^\omega(\theta_j) - E_{min}^\omega(\theta_j) \right] I_\gamma(E_{inc}^0, E_\gamma^0(\theta_j, E_\gamma), t_j) \left( \frac{d\sigma}{d\Omega_\omega} \right)_{ph} J(E_\gamma^0, E^\omega) \quad (\text{B.39})$$

Finalement, en comparant à l'expression du poids pour l'électroproduction, on passe de la photoproduction à l'électroproduction par la transformation :

$$\left( \frac{d^3\sigma}{d\Omega dE} \right)_{electro} \longmapsto \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{photo} J(E_\gamma^0, E^\omega) I_\gamma(E_{inc}^0, E_\gamma^0(\theta_j, E_\gamma), t_j) \quad (\text{B.40})$$

# Table des figures

1	Le couplage électromagnétique entre un proton et un électron via un photon échangé partant le moment $q$ . . . . .	10
1.1	Couplage électromagnétique avec $Q$ la charge de la particule en unités de $e$ . . . . .	14
1.2	Diagramme de Feynman décrivant le couplage d'un fermion aux bosons intermédiaires, vecteurs de l'interaction faible. . . . .	15
1.3	Diagramme de Feynman de la diffusion élastique électron-proton. Un photon virtuel est échangé entre le bas leptonique et hadronique. . . . .	19
1.4	Facteur de forme du proton comme une fonction du $Q^2$ . . . . .	22
1.5	Rapport des facteurs de forme électrique et magnétique au modèle dipolaire [33, 22, 55] . . . . .	22
1.6	Mesures du rapport des facteurs de forme pour différentes valeurs du $Q^2$ [22] . . . . .	23
1.7	Mesures de $G_E^{\gamma,n}$ en diffusion quasi-élastique d'électrons polarisés sur cibles de deutérium et d'hélium-3 . . . . .	24
1.8	Exemples de processus d'ordre supérieur mettant en jeu un seul quark du proton . . . . .	29
1.9	Exemples de processus d'ordre supérieur mettant en jeu plusieurs quarks du proton . . . . .	30
1.10	Coefficients $X_i$ en fonction de $\theta_e$ pour un $Q^2$ fixé à $0.25(GeV/c)^2$ . . . . .	35
2.1	Schéma de l'accélérateur de Jefferson Laboratory . . . . .	39
2.2	Structure en bande de L'AsGa. Pompage par un photon droit (trait plein) et un photon gauche (pointillés) . . . . .	40
2.3	Schéma de la structure en temps pour les changements d'hélicité. . . . .	42
2.4	Moniteur donnant l'évolution de la position du faisceau . . . . .	45
2.5	Schéma de la ligne de faisceau de $G^0$ [36] . . . . .	46
2.6	Schéma d'ensemble du Hall C . . . . .	47
2.7	Photo représentant le détecteur $G^0$ installé dans le Hall C. . . . .	47
2.8	Schéma d'ensemble du spectromètre $G^0$ dans la phase aux angles avant . . . . .	48

2.9	Différentes trajectoires suivies par les protons élastiques entre leur diffusion dans la cible et leur détection sur les scintillateurs . . . . .	49
2.10	Photo d'un octant français contenant 16 paires de scintillateurs . . . . .	50
2.11	Photo d'une base de photomultiplicateur français . . . . .	51
2.12	Cible cryogénique d'hydrogène liquide de $G^0$ . . . . .	52
2.13	Schéma d'ensemble de la cible cryogénique d'hydrogène liquide de $G^0$ . . . . .	52
2.14	Schéma de la cible cryogénique d'hydrogène liquide de $G^0$ . . . . .	53
3.1	Carte DMCH-16X . . . . .	56
3.2	Structure en temps des signaux dans la DMCH-16X . . . . .	57
3.3	Rôle des césures dans l'évaluation du temps mort . . . . .	58
3.4	Principe du discriminateur à fraction constante : on cherche le point d'intersection du signal $s(t)$ et du signal décalé $s(t-\tau)$ . La position de ce point d'intersection ne dépend pas de l'amplitude des signaux. . . . .	60
3.5	Schémas de principe du moyennneur de temps (mean timer) . . . . .	62
3.6	Architecture d'un canal de la carte DMCH-16X . . . . .	63
3.7	Format des données de la DMCH-16X . . . . .	65
3.8	Détermination du temps mort intrinsèque des moyennneurs de temps . . . . .	67
3.9	Détermination de la position de la césure aval . . . . .	68
3.10	Détermination de la position de la césure amont . . . . .	68
3.11	Évolution de centre de gravité du pic perturbé en fonction de la position du pic perturbateur . . . . .	69
3.12	Courbe de calibration (valeur de DAC en fonction de l'amplitude en mV) du générateur G-DMCH . . . . .	70
4.1	L'énergie déposée par ionisation dans différents milieux en fonction de $\beta\gamma$ . . . . .	76
4.2	Schéma simplifié de la cible de $G^0$ . . . . .	77
4.3	Pertes par ionisations à travers 20 cm d'hydrogène liquide et 254 $\mu m$ d'aluminium. La distance est tirée de façon aléatoire entre 0 et 20 cm d'hydrogène liquide . . . . .	77
4.4	Distribution de la perte par corrections radiatives externes . . . . .	79
4.5	Distribution de la perte par corrections radiatives externes pour une énergie perdue inférieure à 200 MeV . . . . .	79
4.6	Diagrammes de diffusion élastique électron-proton, représentant l'échange du photon (porteur de interaction électromagnétique) et du $Z^0$ , vecteur de l'interaction faible neutre. . . . .	80

4.7	Graphes contribuant aux corrections radiatives internes virtuelles. . . . .	84
4.8	Graphes correspondant aux corrections radiatives internes réelles. . . . .	85
4.9	Résumé du traitement des divergences ultraviolettes (U.V) et infrarouges (I.R) . . . .	87
4.10	Emission radiative en voie d'entrée dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un $\gamma$ virtuel. . . . .	89
4.11	Emission radiative en voie d'entrée dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un $Z^0$ virtuel. . . . .	90
4.12	Émission radiative en voie de sortie dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un $\gamma$ virtuel. . . . .	90
4.13	Effet radiatif en voie de sortie dans le graphe de diffusion élastique via l'échange d'un $Z^0$ virtuel. . . . .	91
4.14	Détermination de la coupure en énergie pour une énergie incidente de 3 GeV et pour 6 angles $\theta_{p'}$ du proton de recul . . . . .	95
4.15	Interpolation de la section efficace lorsque l'énergie du proton est inférieure à l'énergie de l'élastique . . . . .	98
4.16	Zones en $\frac{t_{p'}}{t_{p'}^{elas}}$ . . . . .	99
4.17	Variation de quelques coefficients en fonction de l'énergie incidente par la méthode des splines . . . . .	100
5.1	Schémas de la méthode de simulation . . . . .	104
5.2	vérification de la relation reliant la section efficace de la diffusion élastique à celle des corrections radiatives internes . . . . .	107
5.3	Domaine de tirage des variables $z$ , $\theta$ et $\phi$ . L'énergie est tirée dans un domaine dépendant de $\theta$ . . . . .	108
5.4	Comparaison d'un tirage selon la loi réelle (analytique) en noir, à un tirage selon la méthode à poids . . . . .	110
5.5	Comparaison d'un tirage selon la loi réelle (analytique) en noir, à un tirage selon la méthode à poids avec 1 million d'évènements tirés dans la méthode à poids . . . . .	111
5.6	Energie du proton de recul en fonction de son angle $\theta$ (simulation GEANT) . . . . .	112
5.7	Spectres de temps de vol créés à partir de GEANT (temps de vol en ns en fonction du nombre de coups) pour les détecteurs 1 à 4 . . . . .	114
5.8	Spectres de temps de vol créés à partir de GEANT (temps de vol en ns en fonction du nombre de coups) pour les détecteurs 13 à 16. Le détecteur 14 a ses 2 pics qui correspondent aux 2 valeurs de $Q^2$ . Le détecteur 15 rassemble plusieurs valeurs de $Q^2$ . . . . .	115
5.9	Coupure à 2 sigmas sur le temps de vol de l'élastique . . . . .	116
5.10	coupure à 3 sigmas sur le temps de vol de l'élastique . . . . .	116

5.11	Taux de comptage par détecteur des protons élastiques et les protons issus des corrections radiatives internes . . . . .	117
5.12	La valeur du $Q^2$ simulée, a une valeur bien définie par détecteur, sauf pour les détecteurs 14 et 15, qui ont deux valeurs de $Q^2$ pour le 14 et tout un domaine en $Q^2$ pour le détecteur 15 . . . . .	118
5.13	Spectres de temps de vol créés à partir de GEANT (temps de vol en ns en fonction du nombre de coups) . . . . .	120
5.14	Le détecteur 14 a ses 2 pics qui correspondent aux 2 valeurs de $Q^2$ . Le détecteur 15 rassemble plusieurs valeurs de $Q^2$ . . . . .	121
5.15	Comportement de la moyenne du $Q^2$ par détecteur . . . . .	122
5.16	Distributions des variables par la méthode de normalisation par les poids et par celle du tirage selon la loi réelle . . . . .	125
5.17	Distribution des asymétries pour chaque détecteur après coupure sur le temps de vol .	126
5.18	Comportement de la moyenne des asymétries par détecteur . . . . .	127
6.1	Courbes de $I_\gamma$ en fonction de l'énergie du photon, avec $I_\gamma$ calculé de 3 manières différentes. Sur la figure de droite, un zoom a été réalisé pour $E_\gamma > 2GeV$ . . . . .	132
6.2	Comparaison à 650 MeV et à $\theta_p = 60^\circ$ des sections efficaces données par 3 calculs différents . . . . .	136
6.3	Contribution des différents canaux du générateur d'Orsay et comparaison avec le code EPC à $60^\circ$ et $70^\circ$ . . . . .	137
6.4	Sections efficaces de photoproduction dans différents canaux et données du générateur de Graal [12] (en linéaire a et logarithmique b) . . . . .	138
6.5	Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, pour des réactions ayant lieu en bout de cible (d=20cm) . . . . .	139
6.6	Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, pour des réactions ayant lieu en milieu de cible (d=10cm) . . . . .	140
6.7	Comparaison des spectres en temps de vol pour les protons inélastiques venant de la photoproduction et de l'électroproduction . . . . .	141
6.8	Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, dans le canal $e + P \rightarrow e + n + \pi^+$ , pour des réactions ayant lieu en bout de cible (d=20cm) . . . . .	142
6.9	Comparaison des sections efficaces de la photoproduction à celles de l'électroproduction, dans le canal $e + P \rightarrow e + n + \pi^+$ , pour des réactions ayant lieu en milieu de cible (d=10cm) . . . . .	143
6.10	Comparaison des spectres en temps de vol pour les $\pi^+$ venant de la photoproduction et de l'électroproduction . . . . .	144

6.11	Comparaison des sections efficaces du générateur d'Orsay avec les sections efficaces mesurées avec SOS pour $\theta_P = 58.2^\circ$ . . . . .	145
6.12	Comparaison des sections efficaces du générateur d'Orsay avec les sections efficaces mesurées avec SOS pour $\theta_P = 65.6^\circ$ . . . . .	146
6.13	Comparaison des spectres en temps de vol pour les protons inélastiques des données du commissionning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 1 à 4 . . . . .	147
6.14	Comparaison des spectres en temps de vol pour les protons inélastiques des données du commissionning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 12 à 15 . . . . .	148
6.15	Comparaison des spectres en temps de vol des données de cible vide (contenant de l'hydrogène gazeux) aux données de cible pleine (LH2) . . . . .	150
6.16	Comparaison des spectres en temps de vol des données du second commissionning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 1 à 4 . . . . .	152
6.17	Comparaison des spectres en temps de vol des données du second commissionning aux simulations avec GEANT pour les détecteurs 12 à 15 . . . . .	153
A.1	Définition de $\theta_x$ et $\theta_y$ . . . . .	160
B.1	Définition de la section efficace de diffusion . . . . .	165
B.2	Le volume correspondant aux variables n'est pas rectangulaire car l'énergie est une fonction de $\theta$ . . . . .	168
B.3	Les photons créés par bremsstrahlung interagissent avec les protons de la cible pour faire de la photoproduction . . . . .	170





# Liste des tableaux

1.1	Charge électrique, troisième composante de l'isospin faible et hypercharge des différents fermions . . . . .	17
1.2	Charge faible vectorielle et axiale des différents fermions . . . . .	18
4.1	Différents milieux traversés par l'électron, ainsi que les longueurs de radiation $X_0$ associées. . . . .	75
4.2	Tableau de cinématique à 2 corps donnant l'énergie cinétique du proton pour différentes énergies de l'électron incident, ainsi que plusieurs angles $\theta_P$ du proton de sortie ; $(3 \text{ GeV} - E_{inc})$ représente la différence d'énergie entre l'énergie du faisceau et l'énergie des électrons incidents. $(T_P^{3\text{GeV}}(\theta_P) - T_P(\theta_P))$ est la différence d'énergie du proton correspondante. . . . .	85
4.3	Tableau représentant la probabilité que l'électron perde l'énergie $E_0$ . . . . .	97
5.1	Taux de comptage par détecteur pour la diffusion élastique et les corrections radiatives internes . . . . .	118
6.1	Différentes densités de cible pendant les prises de données du commissioning . . .	149



# Bibliographie

- [1] Particle physics booklet, 2000.
- [2] R. Alley et al. The stanford linear accelerator polarized electron source. *Nucl. Instrum. Meth.*, A365 :1–27, 1995.
- [3] J. Arvieux et al. Testing the full french electronics in orsay. **G0-02-025**, 2002.
- [4] J. Ashman et al. A measurement of the spin asymmetry and determination of the structure function  $g(1)$  in deep inelastic muon proton scattering. *Phys. Lett.*, B206 :364, 1988.
- [5] J. Ashman et al. An investigation of the spin structure of the proton in deep inelastic scattering of polarized muons on polarized protons. *Nucl. Phys.*, B328 :1, 1989.
- [6] Maud Baylac. PhD thesis, Université Claude Bernard, Lyon 1, 2001.
- [7] Bjorken. *Physical Review*, 185 :1975–1982, 1969.
- [8] E. D. Bloom et al. High-energy inelastic  $e\ p$  scattering at 6-degrees and 10- degrees. *Phys. Rev. Lett.*, 23 :930–934, 1969.
- [9] P. E. Bosted. An empirical fit to the nucleon electromagnetic form- factors. *Phys. Rev.*, C51 :409–411, 1995.
- [10] Happex Collaboration. **<http://physics.wm.edu/armd/happex.html>**.
- [11] Blaise Collin. PhD thesis, Université Orsay, Paris XI, 2002.
- [12] P. Corvisiero et al. Simulation of photon nucleon interactions. 1 : An event generator from the pion threshold up to 4-gev. *Nucl. Instrum. Meth.*, A346 :433–440, 1994.
- [13] J. Van de Wiele. *Communications privées*.
- [14] J. Roche et al. Rapport interne. **G0-00-036**.
- [15] R. Tieulent et J.S. Real. Rapport interne. **G0-00-019**.
- [16] F.E.Maas and the A4 collaboration. Parity violation in atoms and polarized electron scattering. *Ed. by B. Frois and M.A. Bouchiat*, 491, 1999.
- [17] S. Galster et al. Elastic electron - deuteron scattering and the electric neutron form-factor at four momentum transfers  $5\text{-fm}^{*-2} < q^{*2} < 14\text{-fm}^{*-2}$ . *Nucl. Phys.*, B32 :221–237, 1971.
- [18] H. Gao. Measurement of the neutron magnetic form-factor from a polarized he-3 target. *Nucl. Phys.*, A684 :139–147, 2001.
- [19] G. Garvey. In V.W Hughes and C. Cavata, editors, *Internal Spin Structure of the Nucleon*, page 69, 1995.

- [20] G. Garvey, E. Kolbe, K. Langanke, and S. Krewald. Role of strange quarks in quasielastic neutrino scattering. *Phys. Rev.*, C48 :1919–1925, 1993.
- [21] J. Gasser, H. Leutwyler, and M. E. Sainio. Sigma term update. *Phys. Lett.*, B253 :252–259, 1991.
- [22] O. Gayou et al. Measurement of  $g(e(p))/g(m(p))$  in  $e(\text{pol.}) p \rightarrow e p(\text{pol.})$  to  $q^2 = 5.6\text{-GeV}^2$ . *Phys. Rev. Lett.*, 88 :092301, 2002.
- [23] Murray Gell-Mann. Symmetries of baryons and mesons. *Phys. Rev.*, 125 :1067–1084, 1962.
- [24] Murray Gell-Mann. A schematic model of baryons and mesons. *Phys. Lett.*, 8 :214–215, 1964.
- [25] S. L. Glashow. Partial symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.*, 22 :579–588, 1961.
- [26] F. Halzen and A.D Martin. Quarks and leptons. Wiley, 1984.
- [27] H. W. Hammer, Ulf-G. Meissner, and D. Drechsel. The strangeness radius and magnetic moment of the nucleon revisited. *Phys. Lett.*, B367 :323–328, 1996.
- [28] C. Herberg et al. Determination of the neutron electric form factor in the  $d(e, e' n)p$  reaction and the influence of nuclear binding. *Eur. Phys. J.*, A5 :131–135, 1999.
- [29] Photonis imaging sensors. <http://www.photonis.com>.
- [30] T. M. Ito et al. Parity-violating electron deuteron scattering and the proton's neutral weak axial vector form factor. 2003.
- [31] R. Jaffe and J. Ellis. Sum rule for deep-inelastic electroproduction from polarized protons. *Phys. Rev. D*, D9 :1444, 1974.
- [32] R. L. Jaffe. Stranger than fiction : The strangeness radius and magnetic moment of the nucleon. *Phys. Lett.*, B229 :275, 1989.
- [33] M. K. Jones et al.  $G(e(p))/g(m(p))$  ratio by polarization transfer in  $e(\text{pol.}) p \rightarrow e p(\text{pol.})$ . *Phys. Rev. Lett.*, 84 :1398–1402, 2000.
- [34] David B. Kaplan and Aneesh Manohar. Strange matrix elements in the proton from neutral current experiments. *Nucl. Phys.*, B310 :527, 1988.
- [35] Marek Karliner and Harry J. Lipkin. Nucleon spin with and without hyperon data : A new tool for analysis. *Phys. Lett.*, B461 :280–286, 1999.
- [36] Serge Kox. review presentation of  $g_0$ . 2003.
- [37] G. Kubon et al. Precise neutron magnetic form factors. *Phys. Lett.*, B524 :26–32, 2002.
- [38] F. E. Maas. Parity violating electron scattering at the mami facility in mainz : The strangeness contribution to the form-factors of the nucleon. *Eur. Phys. J.*, A17 :339–343, 2003.
- [39] F. E. Maas et al. Measurement of strange quark contributions to the nucleon's form factors at  $q^2 = 0.230\text{-(GeV/c)}^2$ . 2004.
- [40] Dominique Marchand. PhD thesis, Université Blaise Pascal, Clermont Ferrand, 1998.
- [41] F. Merchez. Rapport interne.
- [42] Luke W. Mo and Yung-Su Tsai. Radiative corrections to elastic and inelastic  $e p$  and  $\mu p$  scattering. *Rev. Mod. Phys.*, 41 :205–235, 1969.

- 
- [43] J. Arvieux H. Guler M. Morlet and J. Van de Wiele. Simulations of the sos data from december 1999. *G0-03-046*, 2003.
- [44] M. Morlet. *Communications privées*.
- [45] B. Mueller et al. Measurement of the proton's neutral weak magnetic form factor. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :3824–3827, 1997.
- [46] M. J. Musolf et al. Intermediate-energy semileptonic probes of the hadronic neutral current. *Phys. Rept.*, 239 :1–178, 1994.
- [47] Y. Ne'eman. Derivation of strong interactions from a gauge invariance. *Nucl. Phys.*, 26 :222–229, 1961.
- [48] S. Ong. *Communications privées*.
- [49] S. Ong, J. Van de Wiele, and M. P. Rekalo. Pion electroproduction in parity violating elastic e p scattering experiment. *Eur. Phys. J.*, A6 :215–223, 1999.
- [50] Saro Ong and Jacques Van de Wiele. Charged pion pair photoproduction and electroproduction on the proton up to 1-gev. *Phys. Rev.*, C63 :024614, 2001.
- [51] M. Ostrick. Recent results on g(e,n) from mami. *Nucl. Phys.*, A666 :100–105, 2000.
- [52] Abdus Salam and J. C. Ward. Electromagnetic and weak interactions. *Phys. Lett.*, 13 :168–171, 1964.
- [53] 3D static electromagnetic field computation. <http://www.vectorfields.com/tosca.htm>.
- [54] Raphael Tieulent. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble 1, 2002.
- [55] Egle Tomasi-Gustafsson and Michail P. Rekalo. Recent results on hadron form factors. 2001.
- [56] Yung-Su Tsai. Pair production and bremsstrahlung of charged leptons. *Rev. Mod. Phys.*, 46 :815, 1974.
- [57] Yung-Su Tsai and Van Whitis. Thick target bremsstrahlung and target consideration for secondary particle production by electrons. *Phys. Rev.*, 149 :1248–1257, 1966.
- [58] M. Vanderhaeghen et al. Qed radiative corrections to virtual compton scattering. *Phys. Rev.*, C62 :025501, 2000.
- [59] Site web de l'expérience HAPPEX2. <http://www-dapnia.cea.fr/Phys/Sphn/Parity/Happex2/>.
- [60] Site web de l'expérience He4. <http://www-dapnia.cea.fr/Phys/Sphn/Parity/Helium4/>.
- [61] Site web de l'expérience PVA4. <http://www.kph.uni-mainz.de/A4/>.
- [62] Site web de l'expérience SAMPLE. <http://locus.mit.edu/sample/>.
- [63] S. Weinberg. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19 :1264–1266, 1967.
- [64] S. P. Wells et al. Measurement of the vector analyzing power in elastic electron proton scattering as a probe of double photon exchange amplitudes. *Phys. Rev.*, C63 :064001, 2001.
- [65] Shi-Lin Zhu, S. J. Puglia, Barry R. Holstein, and M. J. Ramsey-Musolf. The nucleon anapole moment and parity-violating e p scattering. *Phys. Rev.*, D62 :033008, 2000.
- [66] G. Zweig. An su(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. 2. CERN-TH-412.